1. Нека је p притисак гаса у сфери, а N сила нормалног притиска једне полусфере на другу. Услов равнотеже доње полусфере са тегом је:

$$(m+M)g + N = (p_0 - p)\pi r^2 \ .$$

У случају када се полусфере раздвајају је $N = 0$, па је:

$$(m+M)g = \pi r^2 (p_0 - p) \ . \quad \textbf{(4 поена)}$$

Одавде се добија притисак као:

$$p = p_0 - \frac{(m+M)g}{\pi r^2} \ . \quad \textbf{(2 поена)}$$

Уколико за сферу није окачен тег, полусфере се раздвајају када је:

$$mg = \pi r^2 (p_0 - p_1) \ , \quad \textbf{(4 поена)}$$

где је p_1 притисак у сфери након загревања. Тај притисак је дакле:

$$p_1 = p_0 - \frac{mg}{\pi r^2} \ . \quad \textbf{(2 поена)}$$

Како је запремина ваздуха у сфери иста пре и после загревања, то је $p/T_0 = p_1/T_1$ **(4 поена)**, што даје температуру након загревања $T_1 = T_0 p_1/p$, илити:

$$T_1 = T_0 \frac{p_0 \pi r^2 - mg}{p_0 \pi r^2 - (m+M)g} \ . \quad \textbf{(4 поена)}$$

2. У тексту задатка није било напоменуто каквом процесу одговара топлотни капацитет, c. Уколико се узима укупан топлотни капацитет, који важи при процесу описаном у задатку, решење је $\Delta T = Q/(mc)$. Из тог разлога решење $\Delta T = Q/(mc)$ се прихвата и носи **(20 поена)**.

Уколико је топлотни капацитет при константој дужини, c_ℓ, решење је следеће. Пошто је дужина шипке фиксирана непокретним зидовима, након загревања део предате енергије прелази у енергију деформације, W, а део на загревање шипке, Q_T:

$$Q = Q_T + W \ \textbf{(4 поена)} \ .$$

Енергија утрошена на загревање је

$$Q_T = mc\Delta T \ \textbf{(3 поена)} \ ,$$

где је m маса шипке а ΔT промена температуре услед загревања. Пошто можемо занемарити промену попречног пресека, S, густина шипке остаје константна, па је маса $m = \rho \ell S$ **(1 поен)**. Када зидови не би постојали, шипка би се нашла у недеформисаном стању са дужином $\ell_2 = \ell(1 + \alpha\Delta T)$ **(2 поена)**. Дакле, услед зидова, настаје деформација

$$\Delta \ell = \ell_2 - \ell = \ell \alpha \Delta T \ \textbf{(2 поена)} \ .$$

Та промена дужине одговара енергији деформације

$$W = \frac{ES}{2\ell}(\Delta \ell)^2 = \frac{ES\ell\alpha^2}{2}\Delta T^2 \ \textbf{(3 поена)} \ .$$

Враћањем у израз за одржање енергије, добијамо квадратну једначину за промену температуре:

$$Q = \rho \ell S c \Delta T + \frac{ES\ell\alpha^2}{2}\Delta T^2 \ \textbf{(3 поена)} \ .$$

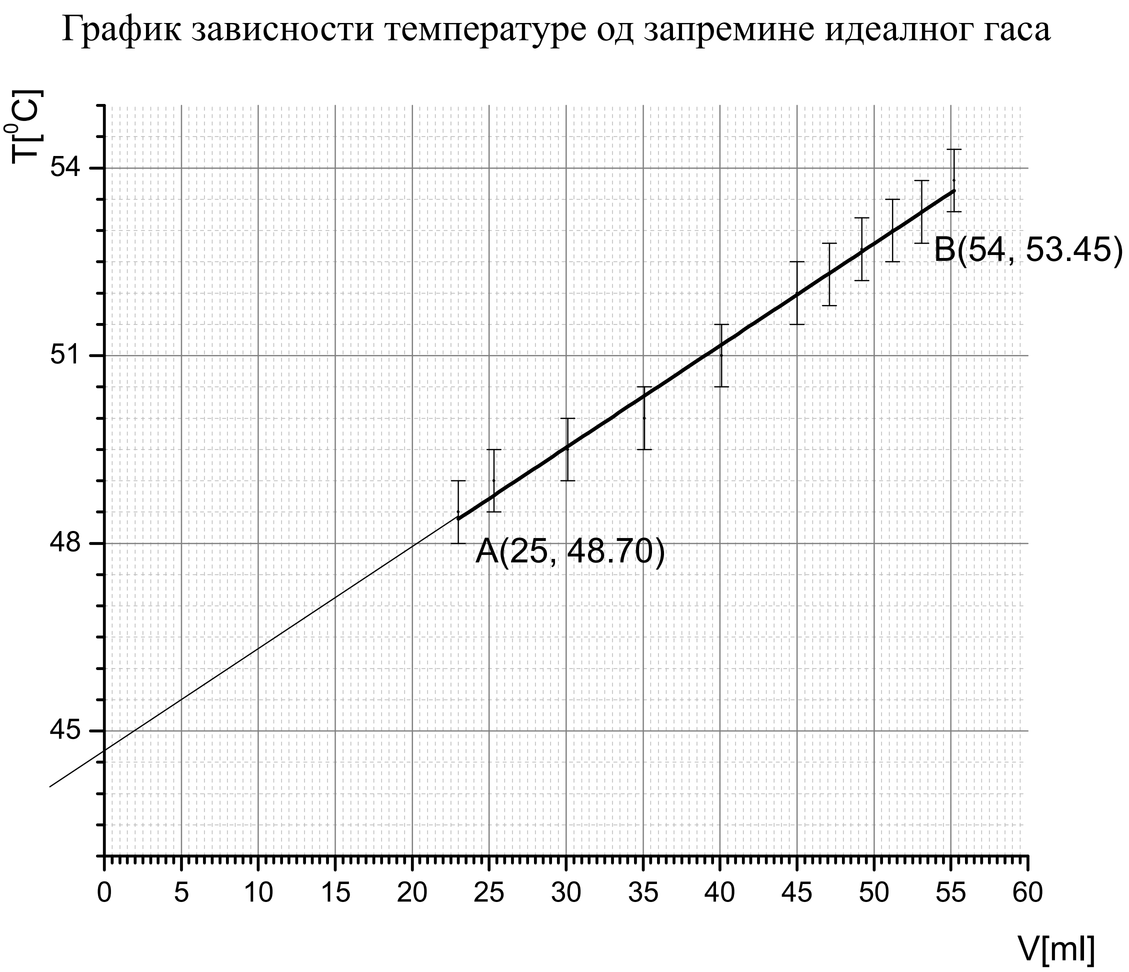
Решавањем ове једначине, добијамо два решења за промену температуре, ΔT:

$$\Delta T = -\frac{\rho c}{E\alpha^2} \pm \sqrt{\left(\frac{\rho c}{E\alpha^2}\right)^2 + \frac{2Q}{S\ell E\alpha^2}} \ \textbf{(1 поен)} \ .$$

Пошто се додавањем топлоте, тело мора загрејати, узимамо позитивно решење:

$$\Delta T = \frac{\rho c}{E\alpha^2}\left(\sqrt{1 + \frac{2E\alpha^2 Q}{S\ell(\rho c)^2}} - 1\right) \ \textbf{(1 поен)} \ .$$

Задатке припремили: *Ђорђе Богдановић, Никола Коњик* и *Предраг Поповић*, Физички Факултет, Универзитет у Београду.
Рецензент: *Момир Арсенијевић*, Природно-математички факултет, Универзитет у Крагујевцу.
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *проф. др Имре Гут*, Универзитет у Новом Саду



Слика 1: График зависности температуре од запремине идеалног гаса из задатка 6.

3. Укупан рад који гас изврши у току једног циклуса је $A = A_{12} + A_{23} + A_{31}$ **(2 поена)**, где је $A_{12} = nRT_1 \ln V_2/V_1$ **(2 поена)**. За политропски процес према првом закону ТДМ имамо $Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23}$ **(1 поен)**, па је $A_{23} = n(C - C_V)(T_3 - T_2) = n(C - C_V)(T_3 - T_1)$ **(2 поена)**. Знајући да је $C_p - C_V = R$ и $C_p/C_V = \gamma$ добијамо да је $C_V = R/(\gamma - 1)$ **(1 поен)**. За адијабатски процес имамо $A_{31} = -\Delta U_{31} = nC_V(T_3 - T_1)$ **(2 поена)**. Једначина политропе за тачке 2 и 3 је $T_1 V_2^{\kappa-1} = T_3 V_3^{\kappa-1}$ **(3 поена)**, а једначина адијабате за тачке 3 и 1 је $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1}$ **(3 поена)**. Њиховом комбинацијом се добија $\frac{V_2}{V_1} = (\frac{T_1}{T_3})^{\frac{C}{R}}$ **(2 поена)**. Укупан рад износи за 1 mol гаса је $A = CT_1 \ln \frac{T_1}{T_3} + C(T_3 - T_1)$ **(2 поена)**.

4. Како су зидови посуде топлотно изоловани а лед расте полако, дно леда добија сву енергију коју отпушта грејач по јединици времена, P. Са друге стране, лед кондукцијом проводи топлоту по јединици времена q, која се даље предаје хладњаку. Ако лед проведе више топлоте него што прими, разлика, $q - P$, се узима од воде и користи за стварање леда **(4 поена)**. Да би се лед увећао за дебљину Δh, потребна је енергија $Q = \lambda\rho V = \lambda\rho A \Delta h$ **(2 поена)**. За време Δt се утроши енергија $(q - P)\Delta t$ **(2 поена)** на стварање леда, па изједначавањем $\lambda\rho A\Delta h = (q - P)\Delta t$ добијамо једначину за брзину раста леда:

$$\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{q - P}{\lambda\rho A} \ \textbf{(2 поена)} \ .$$

Према поставци задатка, количина топлоте коју лед пропусти кондукцијом је $q = -kA\Delta T/h$. Горња површина леда се налази на температури хладњака, $T_1 = -20°C$ **(2 поена)**. Са друге стране, доња површина леда се налази

Задатке припремили: *Ђорђе Богдановић, Никола Коњик* и *Предраг Поповић*, Физички Факултет, Универзитет у Београду.
Рецензент: *Момир Арсенијевић*, Природно-математички факултет, Универзитет у Крагујевцу.
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *проф. др Имре Гут*, Универзитет у Новом Саду

на температури мржњења, $T_2 = 0°C$ **(3 поена)**. Разлика у температури је, дакле, $\Delta T = T_1 - T_2 = -20°C$. Заменом вредности, добијамо $\Delta h/\Delta t \approx 8 \times 10^{-4}\, cm/s \approx 2.85\, cm/h$ **(1 поен)**.

Лед достиже своју максималну дебљину у равнотежи која се успоставља када лед пропусти једнако топлоте колико и прими, $q = P$ **(2 поена)**. Заменом формуле за q, добијамо максималну дебљину леда, h_m:

$$h_m = \frac{-kA\Delta T}{P} \ \textbf{(1 поен)} \ .$$

Заменом вредности, добијамо $h_m = 2.2\, cm$ **(1 поен)**. Ова дебљина не зависи од специфичне топлоте стварања леда.

5. График са правилно унетим вредностима **(5 поена)**, тачке A и B са графика **(1 поен)**.

   Дати подаци приближно леже на правој $V = at+b$ (слика 1), где је нагиб $a \approx (0.16 \pm 0.04)\, ml/°C$ **(2 поена)** а одсечак је $b \approx (44.6 \pm 0.5)\, ml$ **(2 поена)**. При изобарском процесу, запремина се мења по закону $V = nRT/p = nR(t - t_0)/p$, gде је t_0 температура апсолутне нуле **(1 поена)**. Вредност апсолутне нуле се дакле добија као однос одсечка и нагиба $t_0 = -b/a$ **(1 поена)**. Грешка мерења температуре апсолутне нуле се добија на основу грешака одсечка и нагиба, $\Delta t_0/t_0 = \Delta b/b + \Delta a/a$ **(2 поена)**. Све укупно, то заменом вредности даје $t_0 \approx (-270 \pm 80)°C$ **(1 поен)**. Број молова се добија из нагиба $n = ap/R$ **(2 поена)** а грешка мерења је $\Delta n/n = \Delta a/a + \Delta p/p$ **(2 поена)**, што заменом вредности даје $n \approx (1.8 \pm 0.5)\, mmol$ **(1 поен)**.

Задатке припремили: *Ђорђе Богдановић, Никола Коњик* и *Предраг Поповић*, Физички Факултет, Универзитет у Београду.
Рецензент: *Момир Арсенијевић*, Природно-математички факултет, Универзитет у Крагујевцу.
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *проф. др Имре Гут*, Универзитет у Новом Саду