



1. Хомогена троугаона плочица масе  $M = 3m$ , облика једнакокраког правоуглог троугла катете  $a$ , фиксирана је за ивицу непокретне подлоге у тачки  $O$ , око које може да ротира без трења, и обешена о лаку неистегљиву нит као на слици 1. Метак масе  $m$ , који се креће у хоризонталном правцу на растојању  $\frac{1}{2}a$  од непокретне подлоге, налеће брзином  $v_0$  на плочицу. Непосредно пре судара метка са плочицом, нит се пресеће.

  - а) Ако је познато да је момент инерције хомогене квадратне плочице странице  $a$  и масе  $M$  у односу на нормалу која пролази кроз њен центар  $I = \frac{1}{6}Ma^2$ , показати да је момент инерције дате троугаоне плочице у односу на нормалу која пролази кроз тачку  $O$  једнак  $I_O = \frac{1}{3}Ma^2$ . (6 поена)
  - б) Одредити максималну брзину којом метак може да налети на дату троугаону плочицу тако да се та плочица не преврне, односно не падне на подлогу, ако након судара метак остаје на плочици у центру хипотенузе. Време судара је занемарљиво кратко. Метак сматрати материјалном тачком. Гравитационо убрзање  $\vec{g}$  сматрати познатим. Занемарити утицај гравитационог поља на метак пре судара са плочицом. (14 поена)
2. Три калема су спрегнута као на слици 2 и прикључена на трофазни генератор напона  $\varepsilon_1 = \varepsilon_0 \cos(\omega t)$ ,  $\varepsilon_2 = \varepsilon_0 \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3})$  и  $\varepsilon_3 = \varepsilon_0 \cos(\omega t - \frac{4\pi}{3})$ , где су  $\varepsilon_0 = 400\sqrt{2} \text{ V}$  и  $\omega = 10000 \text{ s}^{-1}$ . Сви калемови су једнаке дужине  $l = 20\pi^2 \text{ cm}$  и кружног попречног пресека. Калем најмањег полупречника обмотан је око језгра релативне магнетне пермеабилности  $\mu_r = 100$  и полупречника  $a = 1 \text{ cm}$ . Преостала два калема су обмотана око танких цилиндара направљених од немагнетних материјала. Полупречник средишњег калема је  $b = 2 \text{ cm}$  и спољашњег  $c = 3 \text{ cm}$ . Смер мотања сва три калема је исти. Број навојака унутрашњег калема је  $N_1 = 2000$ , средишњег  $N_2 = 1000$  и спољашњег  $N_3 = 500$ . Електрична шема кола приказана је на слици 3, где је обостраним стрелицама означена међусобна спрега између одговарајућих калемова.

  - а) Израчунати коефицијенте самоиндукције (индуктивности) калемова,  $L_1$ ,  $L_2$  и  $L_3$ , као и коефицијенте међусобне индукције,  $M_{12}$ ,  $M_{23}$  и  $M_{31}$ . (8 поена)
  - б) Написати систем једначина у општим бројевима на основу ког је могуће израчунати ефективне вредности струје кроз сваки калем,  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_3$ . (6 поена)
  - в) Под претпоставком да је ефекат међусобне индукције занемарен, израчунати ефективне вредности струје кроз сваки калем,  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_3$ . (6 поена)
3. Нит занемарљиве масе је фиксирана на свом почетку и крају, као на слици 4.  $N$  перли масе  $m$  су фиксиране на нити у положајима  $x = a, 2a, \dots, Na$ , у равнотежном стању. Сила затезања нити је  $T$ . Наћи зависност кружне фреквенце од таласног броја, при малим трансверзалним осцилацијама дуж  $y$  осе у нормалној моди. Нормална мода подразумева да сви делови система осцилују са истом фреквенцијом. Искористити да је за мале углове  $\sin \theta \approx \theta$ . Претпоставити облик амплитуде  $n$ -те перле као  $A_n = A \cdot \sin(nka)$ , где је  $k$  таласни број. (20 поена)  
Помоћ:  $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$
4. Две велике, идентичне проводне плоче 1 и 2 са наелектрисањем  $-Q$  и  $+q$  ( $Q > q > 0$ ) паралелно су постављене и фиксиране. Још једна, идентична, плоча 3, масе  $m$ , и наелектрисања  $+Q$  постави се на растојање  $d$  као на слици 5. Површина све три плоче је иста и износи  $S$ . Плоча 3 се пусти из мировања и након неког времена, еластично се одбије од плоче 2. Плоча 3 се слободно креће док се плоче 1 и 2 држе фиксиране. Претпоставити да су током судара плоче имале довољно времена да прерасподеле наелектрисање, као и да је судар еластичан и да се утицај гравитације занемарује. Коју брзину  $v$  се плоча 3 имати када се врати у почетни положај? (20 поена)  
Помоћ: Приликом судара, плоче расподеле наелектрисање тако да неутралишу укупно поље између њих.
5. Проток крви кроз артерију може се мерити захваљујући присуству јона у крви. На слици 6 је модел који демонстрира принцип рада електромагнетног мерача протока крви. Магнетно поље производе Хелмхолцови калемови, са  $N = 500$  намотаја. Полупречници калемова су  $R = 7,0 \text{ cm}$ , док је растојање између њих  $D = 5,0 \text{ cm}$ . Артерија се налази на средини растојања између калемова, тако да јој је оса нормална на заједничку осу калемова. Магнетна индукција Хелмхолцових калемова на средини растојања између њих је  $B = \mu_0 N I R^2 \left( \left( \frac{D}{2} \right)^2 + R^2 \right)^{-\frac{3}{2}}$ . Када је индукција поља произведеног калемовима  $B$ , разлика потенцијала на електродама  $X$  и  $Y$  је  $U$ . Магнетна индукција у уређају мења се променом јачине струје кроз калемове. У табели 1 приказане су вредности струје кроз калемове  $I$  и разлике потенцијала на електродама  $U$  при којима су електрична и магнетна сила које делују на јон супротном смера али истог интензитета. Нацртати график зависности  $U = f(I)$ . Графичком методом одредити брзину протока крви кроз артерије  $v$ , као и запремински проток крви  $Q$ , као и одговарајуће грешке,  $\Delta v$  и  $\Delta Q$ . Полупречник артерије је  $r = (0,70 \pm 0,05) \cdot 10^{-3} \text{ m}$ . Растојање између електрода је  $d = (1,40 \pm 0,05) \cdot 10^{-3} \text{ m}$ . Апсолутна грешка читавања струје кроз калемове је  $\Delta I = 0,1 \text{ A}$ . Релативна грешка мерења разлике потенцијала на електродама је 4%. Занемарити грешке за  $R$  и  $D$ .

Задатке припремили: *Настасија Цонић* (1. и 2. задатак), *Петар Петрашиновић* (3. 4. и 5. задатак), Физички факултет, Универзитет у Београду

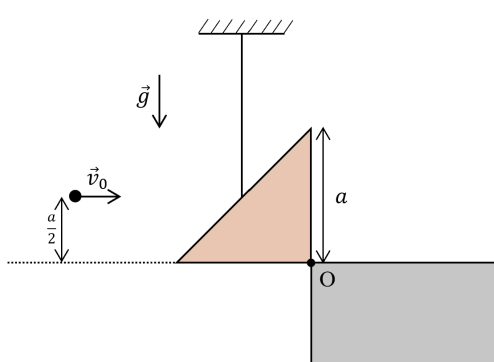
Рецензент: *др Ненад Стевановић*, Природно - математички факултет, Универзитет у Крагујевцу

Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *проф. др Имре Гут*, Природно-математички факултет, Универзитет у Новом Саду

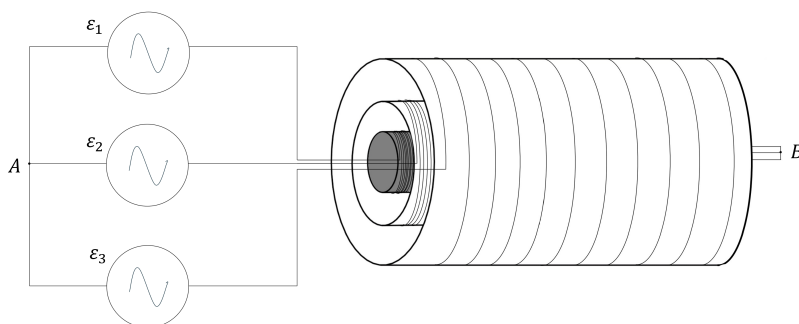


Таблица 1: Експериментални подаци

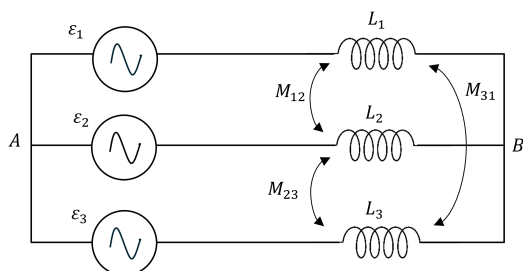
	$I$ [A]	$U$ [ $\mu$ V]
1	2,4	12
2	4,0	20
3	6,8	34
4	9,2	47
5	12,4	63
6	16,2	83
7	18,7	95



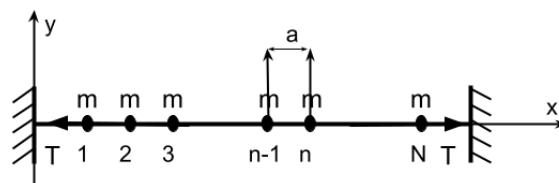
Слика 1: Метак, троугаона плочица и непокретна подлога у задатку 1.



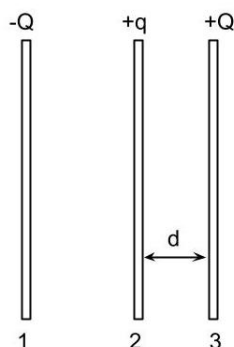
Слика 2: Спрегнути калемови у задатку 2.



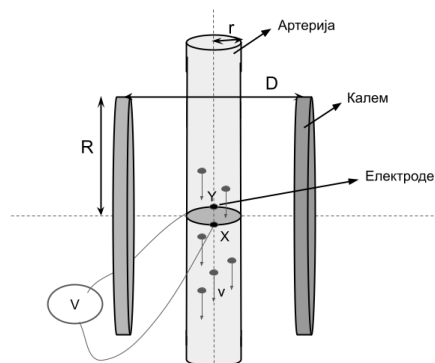
Слика 3: Електрична шема у задатку 2.



Слика 4: Нит и перле у задатку 3.



Слика 5: Поставка проблема у задатку 4.



Слика 6: Електромагнетни мерач протока крви.

Решења свих задатака треба јасно образложити и треба јасно навести све физичке законе и дефинисати све ознаке које се користе у решењу задатка.

\*У алфа категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима специјализованих гимназија за области математика и физика.