



1. У овом задатку ћемо истраживати физику антирефлексионих слојева. Врло често желимо да постигнемо да се одређена таласна дужина не рефлектује када светлост падне на неку површину. Ово се постиже nanoшењем танког филма одређене дебљине и одређеног индекса преламања. Код објектива камере циљ је смањити рефлексију таласних дужина у близини центра видљивог дела спектра. То се постиже nanoшењем танком слоја MgF_2 . Други пример су соларне ћелије код којих се ефикасност конверзије значајно побољшава nanoшењем танког филма SiO_2 на површину ћелије. Нека је таласна дужина коју желимо да елиминишемо $\lambda = 560\text{nm}$. И нека је индекс преламања стакла на које пада светлост дат са $n_S = 1,52$. Посматраћемо случај када светлост пада под правим углом на површину. У овом случају амплитудски коефицијенти рефлексије и трансмисије при преласку светлости из области 1 (индекса преламања n_1) у област 2 (индекса преламања n_2) су дати Френеловим коефицијентима: $r_{12} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$ и $t_{12} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$ респективно, где је амплитудски коефицијент рефлексије једнак односу рефлектоване и упадне амплитуде, а амплитудски коефицијент трансмисије се дефинише аналогно.

(а) Одредити израз за фазну разлику ϕ коју електромагнетни талас „покупи” при једноструком проласку (од границе ваздух-филм до границе филм-стакло) светлости кроз филм дебљине d и индекса преламања n . (2 поена)

У нашем случају радимо са равним монохроматским електромагнетним таласима који се могу написати у облику: $\psi(z,t) = A \cos(\omega t - kz + \chi_0)$, где је A амплитуда таласа, док је χ_0 почетна фаза таласа. Како је лакше радити са експоненцијалном функцијом, овај израз можемо написати у облику: $\psi(z,t) = \text{Re}\{Ae^{i(\omega t - kz + \chi_0)}\}$, где $\text{Re}\{s\}$ представља реални део комплексног броја s . Када сабирамо таласе константне фазне разлике, лакше је радити са фазорима, тј. комплексним бројевима $\bar{\psi} = Ae^{i\chi_0}$, које придружимо таласу $\psi(z,t)$, где смо одбацили зависност од просторне координате и времена.

(б) Одредити фазор укупног рефлектованог таласа $\bar{\psi} = \bar{\psi}(\phi, r, R, A_0)$ у зависности од фазне разлике ϕ (одређене у претходном делу задатка), апсолутне вредности коефицијента рефлексије између ваздуха и танког филма r , апсолутне вредности коефицијента рефлексије између танког филма и стакла R и амплитуде упадне светлости A_0 . Сматрати да је почетна фаза упадне светлости једнака нули. Такође, сматрати да важи $1 < n < n_S$. (10 поена)

(в) Одредити интензитет рефлектоване светлости $I = I(\phi, r, R, I_0)$, где је I_0 интензитет упадне светлости. (3 поена)

(г) Одредити минималну дебљину филма d при којој је вредност интензитета рефлектоване светлости минимална. Потом, одредити вредност индекса преламања n филма при којој је интензитет рефлектоване светлости једнак нули. На овај начин смо пројектовали танак филм који нам је потребан како бисмо постигли да се одређена таласна дужина не рефлектује. (5 поена)

2. У овом задатку ћемо посматрати неке особине примесних полупроводника n -типа и полупроводника p -типа. Према зонској теорији чврстог стања електрони могу имати само одређене енергије које припадају дозвољеним енергетским зонама, док се између зона налази такозвани енергетски процеп, недозвољених енергија. За електричне особине материјала најбитније су валентна зона, чије енергије су у интервалу $(E_V - \Delta E_V, E_V)$, и проводна зона, чије енергије су у интервалу $(E_C, E_C + \Delta E_C)$. Када је температура T једнака апсолутној нули, сва стања у валентној зони су попуњена, док су сва стања у проводној зони празна. Посматраћемо електроне на нешто вишим температурама од апсолутне нуле, те је тада вероватноћа да је стање енергије E попуњено дата Ферми-Дираковом расподелом $f_{FD}(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E - E_F}{k_B T}}}$, где је E_F енергија Фермијевог нивоа, а k_B Болцманова константа.

(а) Известити израз за концентрацију електрона у проводној зони беспримесног полупроводника у зависности од енергије E , Фермијеве енергије E_F , температуре T и густине стања проводне зоне $\rho_C(E)$. (2 поена)

Помоћ: Густина стања се дефинише као $\rho(E) = \frac{dN}{dE}$, где је dN број дозвољених стања електрона по јединици запремине материјала у интервалу енергије $(E, E + dE)$.

Посматрајмо сада примесне полупроводнике. Нека је концентрација донора једнака N_d у полупроводнику n -типа и нека је концентрација акцептора у полупроводнику p -типа N_a .

(б) Код полупроводника n -типа енергија донорског нивоа E_d је мало мања од E_C проводне зоне, док код полупроводника p -типа енергија акцепторског нивоа E_a је нешто изнад E_V (видети слику 1). Колике су концентрације јонизованих акцептора полупроводника p -типа и јонизованих донора код полупроводника n -типа у функцији од E_d , E_F , E_a ? (4 поена)



Посматрајмо сада само примесни полупроводник n -типа. Претпоставићемо да је ΔE_C много велико, густина стања проводне зоне је дата са $\rho_C(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{E - E_C}$ и $\frac{E - E_F}{k_B T} \gg 1$, где је $E \in (E_C, E_C + \Delta E_C)$. У примесном полупроводнику положај Фермијеве енергије је померен у односу на беспрмесни полупроводник. За полупроводник n -типа на температурама нешто вишим од апсолутне нуле може се претпоставити да само донори дају допринос проводној зони.

(в) Колико износи Фермијева енергија оваквог полупроводника у функцији параметара допирања (N_d, E_d) и температуре T ? **(9 поена)**

3. Ледена комета масе m налази се у орбити око Сунца масе M . Услед загревања површине комете Сунчевим зрачењем може доћи до испаравања леда. Ово испаравање је најзначајније када се комета налази у тачки најближој Сунцу јер је тада површинска температура највећа. Претпоставити да се целокупно испаравање десило у тренутку када је комета најближа Сунцу и да је при томе комета изгубила масу Δm (маса водене паре која је изашла из комете). Такође претпоставити да се водена пара кретала брзином v_e од комете ка Сунцу у референтном систему комете. Занемарити било какве ефекте којима Сунце може деловати на комету и њена испарења осим гравитационих ефеката.

(а) Уколико је почетна орбита била елипса чија је најближа тачка на удаљености r_1 од Сунца, док се најдаља тачка налази на растојању r_2 од Сунца, одредити укупну енергију по јединици масе и момент импулса по јединици масе комете током кретања по овој орбити у функцији од r_1 и r_2 . **(4 поена)**

(б) За колико се промене енергија по јединици масе и момент импулса по јединици масе комете након испаравања? **(4 поена)**

(в) Колике су нове удаљености најближе и најдаље тачке, r'_1 и r'_2 , након испаравања? **(6 поена)**

(г) Посматрајмо сада сукцесивне проласке комете поред Сунца. Претпостављајући да током сваког проласка комета изгуби исти удео своје масе, $\frac{\Delta m}{m} = \text{const.}$ и да је брзина водене паре која испарава v_e такође константна, пронаћи број орбита које ће комета обићи пре него што побегне из Сунчевог система. **(6 поена)**

Помоћ: Једноставније је користити величину: $\xi = \frac{1}{r}$ и срачунати $1/r'_1$ и $1/r'_2$.

4. Доњи крај танке цеви, површине попречног пресека S уроњен је у течност од сапунице. Потом је цев извађена из течности и дувањем кроз њен горњи крај на доњем крају се оформио балон од сапунице који се може апроксимирати сфером полупречника R_0 (видети слику 2). Цев се одржава у фиксном вертикалном положају и на свом доњем крају има мехур сапунице који виси. Од овог тренутка на даље систем је препуштен сам себи и мехур сапунице полако креће да се издувава. Одредити време T за које се издува целокупан балон. Сматрати да балон има сферни облик у сваком тренутку времена и да је у почетном тренутку пречник балона значајно већи од пречника цеви. Приликом решавања задатка занемарити утицај свих ефеката гравитације на расподелу притиска. Коефицијент површинског напона сапунице је γ . Ваздух сматрати нестишљивим флуидом густине ρ . **(20 поена)**

Напомена: За тренутак када се балон издува узети тренутак када је његов пречник једнак пречнику цеви односно $R^2(t = T)\pi = S$.

5. Керов електро-оптички ефекат је нелинеаран ефекат у којем спољашње електрично поље проузрокује промену индекса преламања, и због тога долази до ефекта „двојног преламања” у средини. Ово значи да индекс преламања зависи од поларизације светлости, и често се описује помоћу индекса преламања у два ортогонална правца. Замислимо узорак прикључен на електроде (на растојању d једна од друге) између којих је успостављена разлика потенцијална U , која генерише хомогено електрично поље јачине E дуж y -осе (видети слику 3). Ако овај узорак испољава Керов ефекат, ствара се разлика у индексима преламања за светлост поларизовану паралелно (n_{\parallel}) и ортогонално (n_{\perp}) на електрично поље. Нелинеарност Керовог ефекта се препознаје по томе што разлика у индексима преламања, $\Delta n \equiv n_{\parallel} - n_{\perp}$, зависи од квадрата јачине електричног поља: $\Delta n = \lambda K E^2$. λ представља таласну дужину светлости у вакууму. Коефицијент пропорционалности K назива се Керовом константом средине.

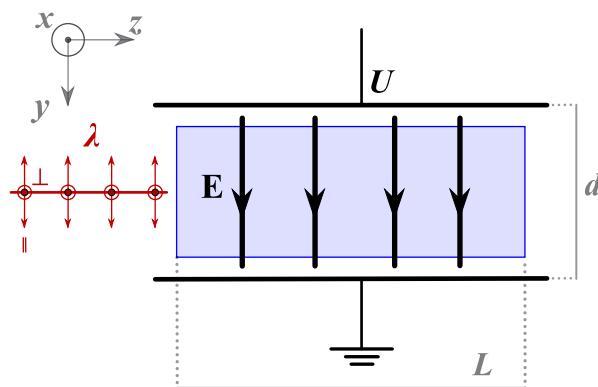
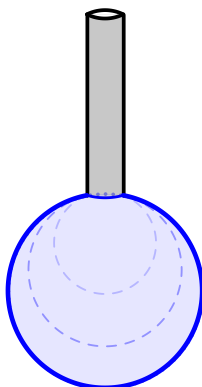
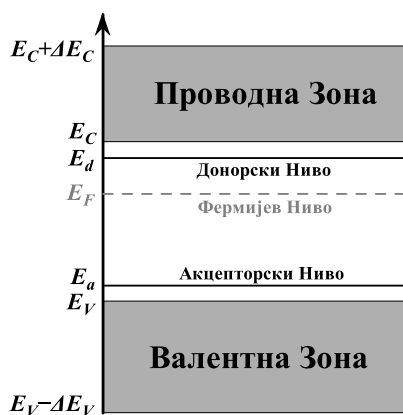
(а) Под претпоставком да светлост пролази кроз средину без дисперзије (индекс преламања не зависи од таласне дужине), израчунати фазну разлику $\Delta\varphi$ између паралелно и ортогонално поларизоване светлости вакуумске таласне дужине λ ако путује у z -правцу кроз узорак дужине L . **(2 поена)**

(б) У експерименту, Керова константа K за дати медијум се мери тако што се постави један поларизатор пре узорка, и други поларизатор иза узорка. Ова два поларизатора међусобно заклапају угао од 90° , и са електричним пољем заклапају угао од $\pm 45^\circ$ (видети слику 4). Да је медијум обичан и линеаран, светлост не би била пропуштена након другог поларизатора. Интензитет пропуштене светлости је детектован фотомултипликатором, чији је сигнал дигитализован и послат рачунару за приказ, који је дат на слици 5.



- (i) Показати да је средњи интензитет светлости I која излази из другог поларизатора $I = I_0 \sin^2(\Delta\varphi/2)$ ако је I_0 средњи интензитет светлости након проласка кроз први поларизатор. Овај резултат се може користити у наредном делу задатка чак и ако није изведен. (3 поена)
- (ii) На слици 5 су приказана мерења интензитета светлости након проласка кроз поларизатор 2 (нормирана интензитетом светлости I_0 након проласка кроз први поларизатор) у зависности од напона U између електрода. Користећи ове податке одредити Керову константу (у јединицама m/V^2) за медијум, ако је таласна дужина светлости $\lambda = 633nm$, растојање између електрода $d = 1,4mm$, док је $L = 1,5mm$ дужина узорка (тј. растојање које ће светлост прећи кроз медијум). Сматрати да је грешка у мерењу напона $\pm 5V$, а за грешку у читавању нормираног интензитета узети пола најмањег подеока. Медијум је олово цирконат титанат (енг. PLZT). (20 поена)

Помоћ: Водити рачуна о местима где се налазе максимуми и минимуми у нормализованом интензитету. Фазна разлика треба да расте са порастом електричног поља. Треба пажљиво анализирати фазне разлике добијене једначином из дела под (б)(i).



Слика 1: Енергетске зоне и нивои примесног полупроводника n -типа и p -типа

Слика 2: Балон на доњем крају цеви из задатка 4.

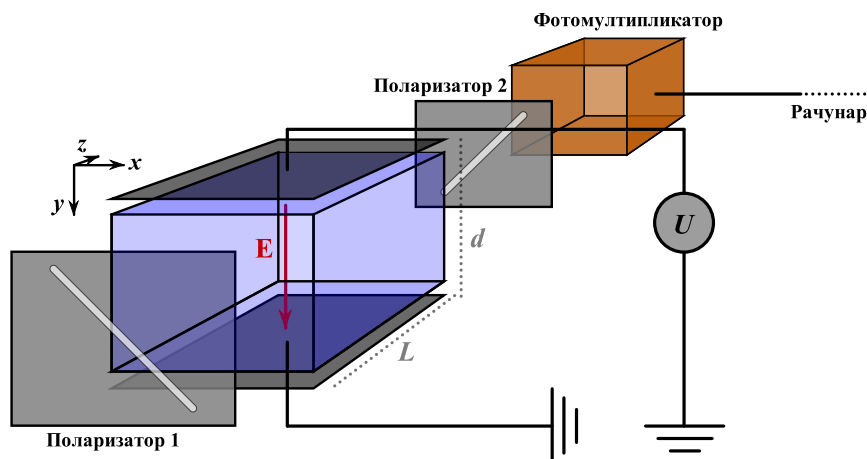
Слика 3: У Керовом ефекту (описаним у задатку 5), када се у узорку налази екстерно електрично поље, упадна светлост која је поларизована паралелно на спољашње поље има различити индекс преламања од светлости поларизоване нормално на електрично поље.

Математички подсетник:

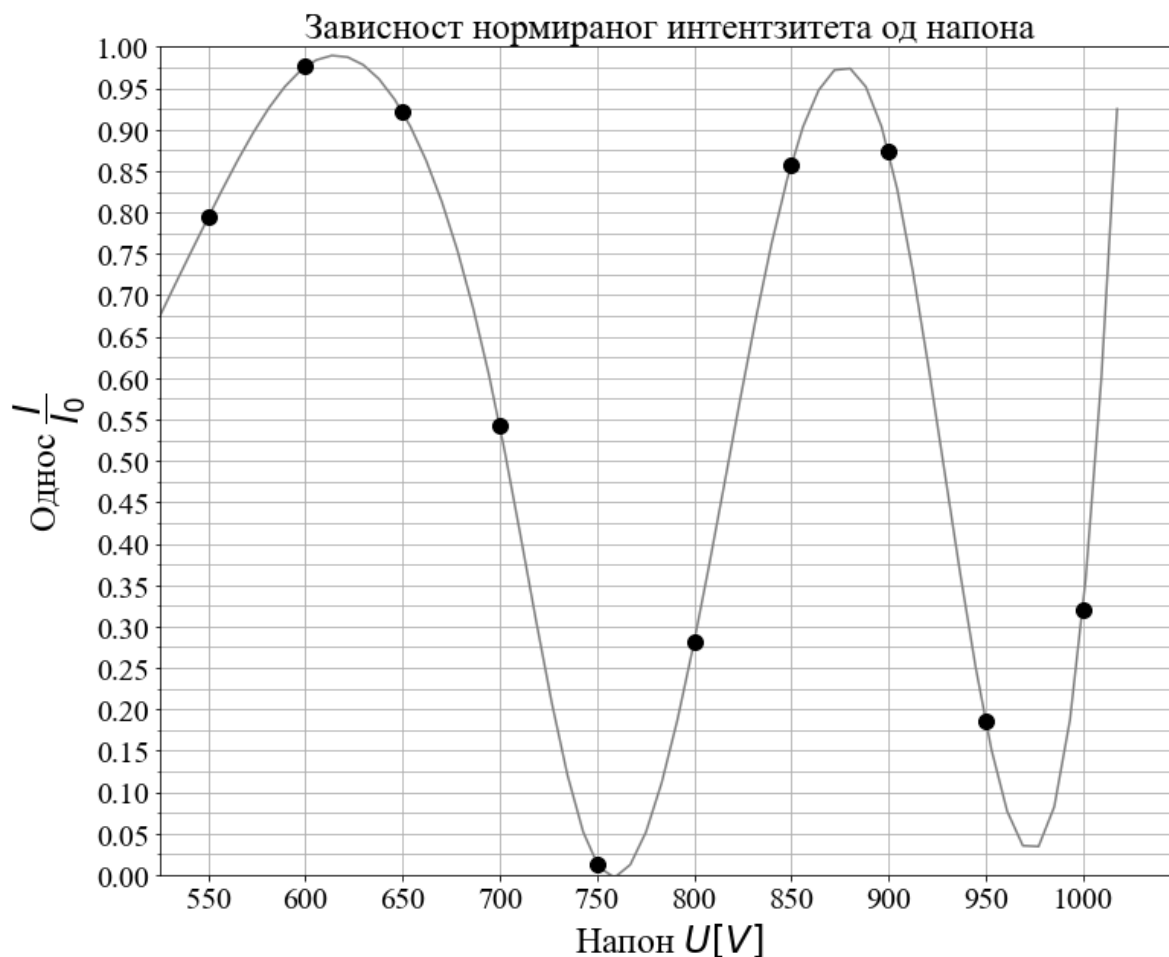
- $\int_a^{+\infty} dx \sqrt{x-a} \exp(-(x-b)) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot \exp(-(a-b))$
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$, када је $|q| < 1$
- $(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x$, када је $x \ll 1$

Решења свих задатака треба јасно образложити и треба јасно навести све физичке законе и дефинисати све ознаке које се користе у решењу задатка.

*У алфа категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима специјализованих гимназија за области математике и физике.



Слика 4: Поставка за експериментално одређивање Керове константе у задатку 5. Поларизатори 1 и 2 имају осе у правцу вектора $\vec{n}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{e}_x + \vec{e}_y)$ и $\vec{n}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(-\vec{e}_x + \vec{e}_y)$, респективно, где су \vec{e}_x , \vec{e}_y и \vec{e}_z вектори дужине један у правцима x , y и z оса.



Слика 5: Подаци за обраду у задатку 5. На хоризонталној оси представљен је напон на електродама, док се на вертикалној оси налази нормализован интензитет светлости која излази из поларизатора 2. Подаци су из експеримента од Рћуве. Мерења су вршена у корацима напона од 50V, између 550V и 1000V. Грешка у мерењу напона је $\pm 5V$.

Задатке припремили: *Стефан Ђорђевић* и *Ана Кнежеввић*, Физички Факултет, Универзитет у Београду, *Миша Томан* и *Хана Шиф*, Универзитет у Калифорнији, Ирвин.

Рецензент: *Јован Марков*, Научни институт Вајцман, Израел.

Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *проф. др Имре Гут*, Универзитет у Новом Саду