



1. У овом задатку ћемо истраживати физику антирефлексионих слојева. Врло често желимо да постигнемо да се одређена таласна дужина не рефлектује када светлост падне на неку површину. Ово се постиже наношењем танког филма одређене дебљине и одређеног индекса преламања. Код објектива камере циљ је смањити рефлексију таласних дужина у близини центра видљивог дела спектра. То се постиже наношењем танком слоја MgF_2 . Други пример су соларне ћелије код којих се ефикасност конверзије значајно побољшава наношењем танког филма SiO_2 на површину ћелије. Нека је таласна дужина коју желимо да елиминисемо $\lambda = 560\text{nm}$. И нека је индекс преламања стакла на које пада светлост дат са $n_S = 1,52$. Посматраћемо случај када светлост пада под правим углом на површину. У овом случају амплитудски коефицијенти рефлексије и трансмисије при преласку светлости из области 1 (индекса преламања n_1) у област 2 (индекса преламања n_2) су дати Френеловим коефицијентима: $r_{12} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$ и $t_{12} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$ респективно, где је амплитудски коефицијент рефлексије једнак односу рефлектоване и упадне амплитуде, а амплитудски коефицијент трансмисије се дефинише аналогно.

(а) Одредити израз за фазну разлику ϕ коју електромагнетни талас „покупи” при једноструком проласку (од границе ваздух-филм до границе филм-стакло) светлости кроз филм дебљине d и индекса преламања n . (2 поена)

У нашем случају радимо са равним монохроматским електромагнетним таласима који се могу написати у облику: $\psi(z,t) = A \cos(\omega t - kz + \chi_0)$, где је A амплитуда таласа, док је χ_0 почетна фаза таласа. Како је лакше радити са експоненцијалном функцијом, овај израз можемо написати у облику: $\psi(z,t) = \text{Re}\{Ae^{i(\omega t - kz + \chi_0)}\}$, где $\text{Re}\{s\}$ представља реални део комплексног броја s . Када сабирамо таласе константне фазне разлике, лакше је радити са фазорима, тј. комплексним бројевима $\bar{\psi} = Ae^{i\chi_0}$, које придружимо таласу $\psi(z,t)$, где смо одбацили зависност од просторне координате и времена.

(б) Одредити фазор укупног рефлектованог таласа $\bar{\psi} = \bar{\psi}(\phi, r, R, A_0)$ у зависности од фазне разлике ϕ (одређене у претходном делу задатка), апсолутне вредности коефицијента рефлексије између ваздуха и танког филма r , апсолутне вредности коефицијента рефлексије између танког филма и стакла R и амплитуде упадне светлости A_0 . Сматрати да је почетна фаза упадне светлости једнака нули. Такође, сматрати да важи $1 < n < n_S$. (10 поена)

(в) Одредити интензитет рефлектоване светлости $I = I(\phi, r, R, I_0)$, где је I_0 интензитет упадне светлости. (3 поена)

(г) Одредити минималну дебљину филма d при којој је вредност интензитета рефлектоване светлости минимална. Потом, одредити вредност индекса преламања n филма при којој је интензитет рефлектоване светлости једнак нули. На овај начин смо пројектовали танак филм који нам је потребан како бисмо постигли да се одређена таласна дужина не рефлектује. (5 поена)

2. У овом задатку ћемо посматрати неке особине примесног полупроводника n -типа и полупроводника p -типа. Према зонској теорији чврстог стања електрони могу имати само одређене енергије које припадају дозвољеним енергетским зонама, док се између зона налази такозвани енергетски процеп, недозвољених енергија. За електричне особине материјала најбитније су валентна зона, чије енергије су у интервалу $(E_V - \Delta E_V, E_V)$, и проводна зона, чије енергије су у интервалу $(E_C, E_C + \Delta E_C)$. Када је температура T полупроводника једнака апсолутној нули, сва стања у валентној зони су попуњена, док су сва стања у проводној зони празна. Посматраћемо електроне на нешто вишим температурама од апсолутне нуле, те је тада вероватноћа да је стање енергије E попуњено дата Ферми-Дираковом расподелом $f_{FD}(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E - E_F}{k_B T}}}$, где је E_F енергија Фермијевог нивоа, а k_B Болцманова кон-

станта. Концентрација електрона у проводној зони беспримесног полупроводника је дата са $n_c = N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{k_B T}}$. Посматрајмо сада примесни полупроводник. Нека је концентрација донора једнака N_d у полупроводнику n -типа и нека је концентрација акцептора N_a у полупроводнику p -типа.

(а) Код полупроводника n -типа енергија донорског нивоа E_d је мало мања од E_C проводне зоне, док код полупроводника p -типа енергија акцепторског нивоа E_a је нешто изнад E_V (видети слику 1). Колике су концентрације јонизованих акцептора полупроводника p -типа и јонизованих донора код полупроводника n -типа у функцији од E_d , E_F , E_a ? (4 поена)

У примесном полупроводнику положај Фермијеве енергије је померен у односу на беспримесни полупроводник. За полупроводник n -типа на температурама нешто вишим од апсолутне нуле може се претпоставити да само донори дају допринос проводној зони.

(б) Колико износи Фермијева енергија оваквог полупроводника у функцији параметара допирања (N_d , E_d) и температуре T ? (11 поена)



3. Ледена комета масе m налази се у орбити око Сунца масе M . Услед загревања површине комете Сунчевим зрачењем може доћи до испаравања леда. Ово испаравање је најзначајније када се комета налази у тачки најближој Сунцу јер је тада површинска температура највећа. Претпоставити да се целокупно испаравање десило у тренутку када је комета најближа Сунцу и да је при томе комета изгубила масу Δm (маса водене паре која је изашла из комете). Такође претпоставити да се водена пара кретала брзином v_e од комете ка Сунцу у референтном систему комете. Занемарити било какве ефекте којима Сунце може деловати на комету и њена испарења осим гравитационих ефеката.

(а) Уколико је почетна орбита била елипса чија је најближа тачка на удаљености r_1 од Сунца, док се најдаља тачка налази на растојању r_2 од Сунца, одредити укупну енергију по јединици масе и момент импулса по јединици масе комете током кретања по овој орбити у функцији од r_1 и r_2 . (6 поена)

(б) За колико се промене енергија по јединици масе и момент импулса по јединици масе комете након испаравања? (6 поена)

(в) Колике су удаљености најближе и најдаље тачке, r'_1 и r'_2 , након испаравања? (8 поена)
Помоћ: Једноставније је користити величину: $\xi = \frac{1}{r}$ и срачунати $1/r'_1$ и $1/r'_2$.

4. Доњи крај танке цеви, површине попречног пресека S уроњен је у течност од сапунице. Потом је цев извађена из течности и дувањем кроз њен горњи крај на доњем крају се оформио балон од сапунице који се може апроксимирати сфером полупречника R_0 (видети слику 2). Цев се одржава у фиксном вертикалном положају и на свом доњем крају има мехур сапунице који виси. Од овог тренутка на даље систем је препуштен сам себи и мехур сапунице полако креће да се издувава. Одредити време T за које се издува целокупан балон. Сматрати да балон има сферни облик у сваком тренутку времена и да је у почетном тренутку пречник балона значајно већи од пречника цеви. Приликом решавања задатка занемарити утицај свих ефеката гравитације на расподелу притиска. Коefицијент површинског напона сапунице је γ . Ваздух сматрати нестишљивим флуидом густине ρ . (20 поена)

Напомена: За тренутак када се балон издува узети тренутак када је његов пречник једнак пречнику цеви односно $R^2(t = T)\pi = S$.

5. Керов електро-оптички ефекат је нелинеаран ефекат у којем спољашње електрично поље проузрокује промену индекса преламања, и због тога долази до ефекта „двојног преламања” у средини. Ово значи да индекс преламања зависи од поларизације светлости, и често се описује помоћу индекса преламања у два ортогонална правца. Замислимо узорак прикључен на електроде (на растојању d једна од друге) између којих је успостављена разлика потенцијална U , која генерише хомогено електрично поље јачине E дуж y -осе (видети слику 3). Ако овај узорак испољава Керов ефекат, ствара се разлика у индексима преламања за светлост поларизовану паралелно (n_{\parallel}) и ортогонално (n_{\perp}) на електрично поље. Нелинеарност Керовог ефекта се препознаје по томе што разлика у индексима преламања, $\Delta n \equiv n_{\parallel} - n_{\perp}$, зависи од квадрата јачине електричног поља: $\Delta n = \lambda K E^2$, где је λ вакуумска таласна дужина светлости пропуштене кроз средину, а коефицијент пропорционалности K назива се Керовом константом средине.

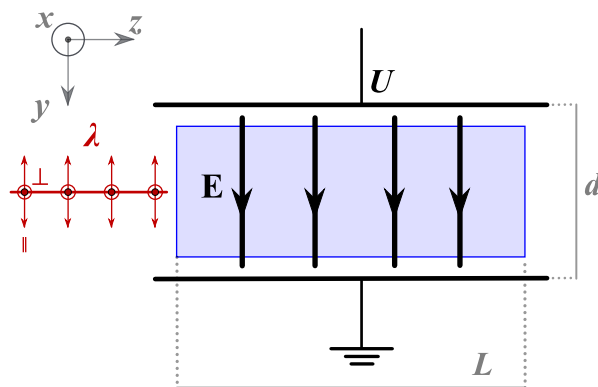
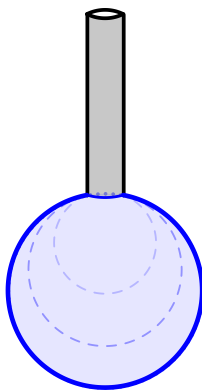
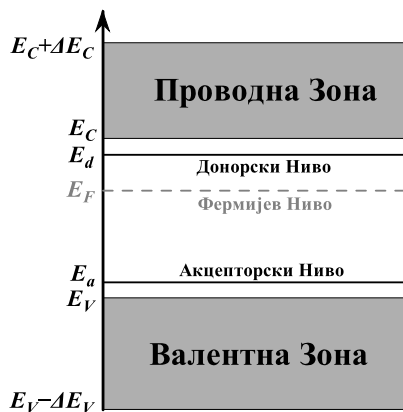
(а) Под претпоставком да је средина бездисперзиона (индекс преламања не зависи од таласне дужине), израчунати фазну разлику $\Delta\varphi$ између паралелно и ортогонално поларизоване светлости вакуумске таласне дужине λ , ако светлост путује у правцу z -осе кроз узорак дужине L . (5 поена)

(б) У експерименту, Керова константа K за дати медијум се мери тако што се постави један поларизатор испред узорка, и други поларизатор иза узорка. Ова два поларизатора међусобно заклапају угао од 90° , и са електричним пољем заклапају угао од $\pm 45^\circ$ (видети слику 4). Да је медијум обичан и линеаран, светлост не би била пропуштена након другог поларизатора. Интензитет пропуштене светлости је детектован фотомултипликатором, чији је сигнал дигитализован и послат рачунару за приказ. На слици 5 су приказана мерења интензитета светлости након проласка кроз поларизатор 2 (нормирана интензитетом светлости I_0 након проласка кроз први поларизатор) у зависности од напона U између електрода. Зависност интензитета светлости (након проласка кроз други поларизатор) од фазне разлике $\Delta\varphi$ између паралелно и нормално поларизоване светлости дата је са $I = I_0 \sin^2\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right)$. Користећи ове податке, одредити Керову константу (у јединицама m/V^2) за медијум, ако је таласна дужина светлости $\lambda = 633\text{nm}$, растојање између електрода $d = 1.4\text{mm}$, док је $L = 1.5\text{mm}$ дужина узорка (тј. растојање коју ће светлост прећи кроз медијум). Сматрати да је грешка у мерењу напона $\pm 5\text{V}$, а за грешку у читавању нормираног интензитета узети пола најмањег подеока. Медијум у питању је олово цирконат титанат (енг. PLZT).

Помоћ: Водити рачуна о местима где се налазе максимуми и минимуми у нормализованом интензитету.



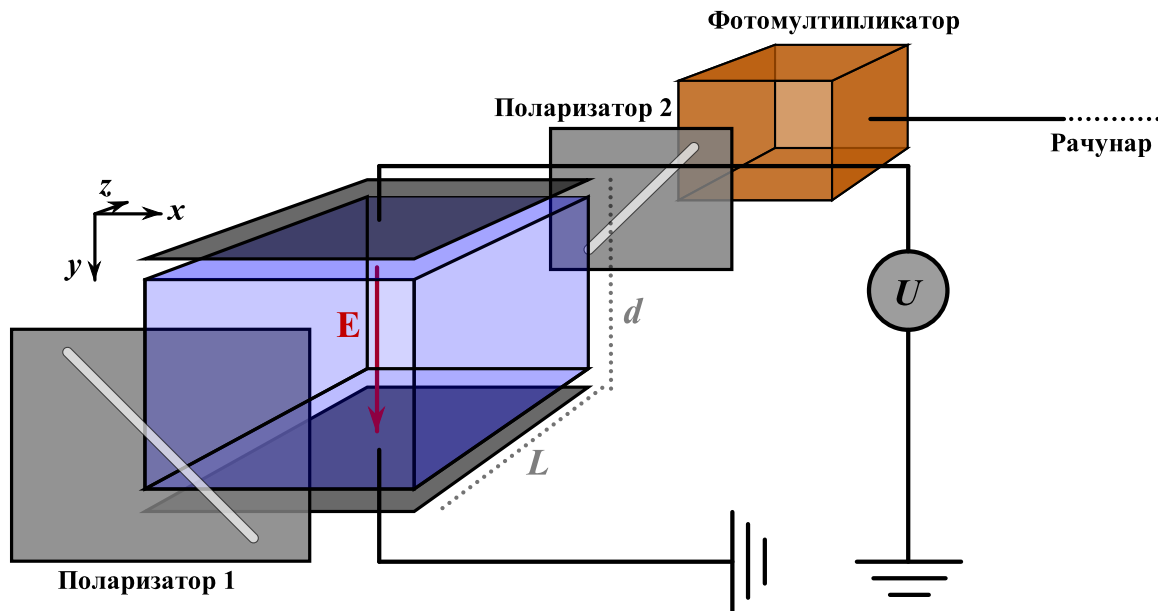
Фазна разлика треба да расте са порастом електричног поља. Треба пажљиво анализирати фазне разлике добијене датом једначином. Функција $|\sin(x)|$ је π -периодична, па је њен инверз вишезначан. Треба изабрати вредности тако да фазна разлика расте. (20 поена)



Слика 1: Енергетске зоне и нивои примесног полупроводника n -типа и p -типа

Слика 2: Балон на доњем крају цеви из задатка 4.

Слика 3: У Кер-овом ефекту (описаним у задатку 5), када се у узорку налази екстерно електрично поље, упадна светлост која је поларизирана паралелно на спољашње поље има различити индекс преламања од светлости поларизиране нормално на електрично поље.



Слика 4: Поставка за експериментално одређивање Кер-ове константе у задатку 5. Поларизатори 1 и 2 имају осе у правцу вектора $\vec{n}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{e}_x + \vec{e}_y)$ и $\vec{n}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(-\vec{e}_x + \vec{e}_y)$, респективно, где су \vec{e}_x , \vec{e}_y и \vec{e}_z вектори дужине један у правцима x , y и z оса.

Математички подсетник:

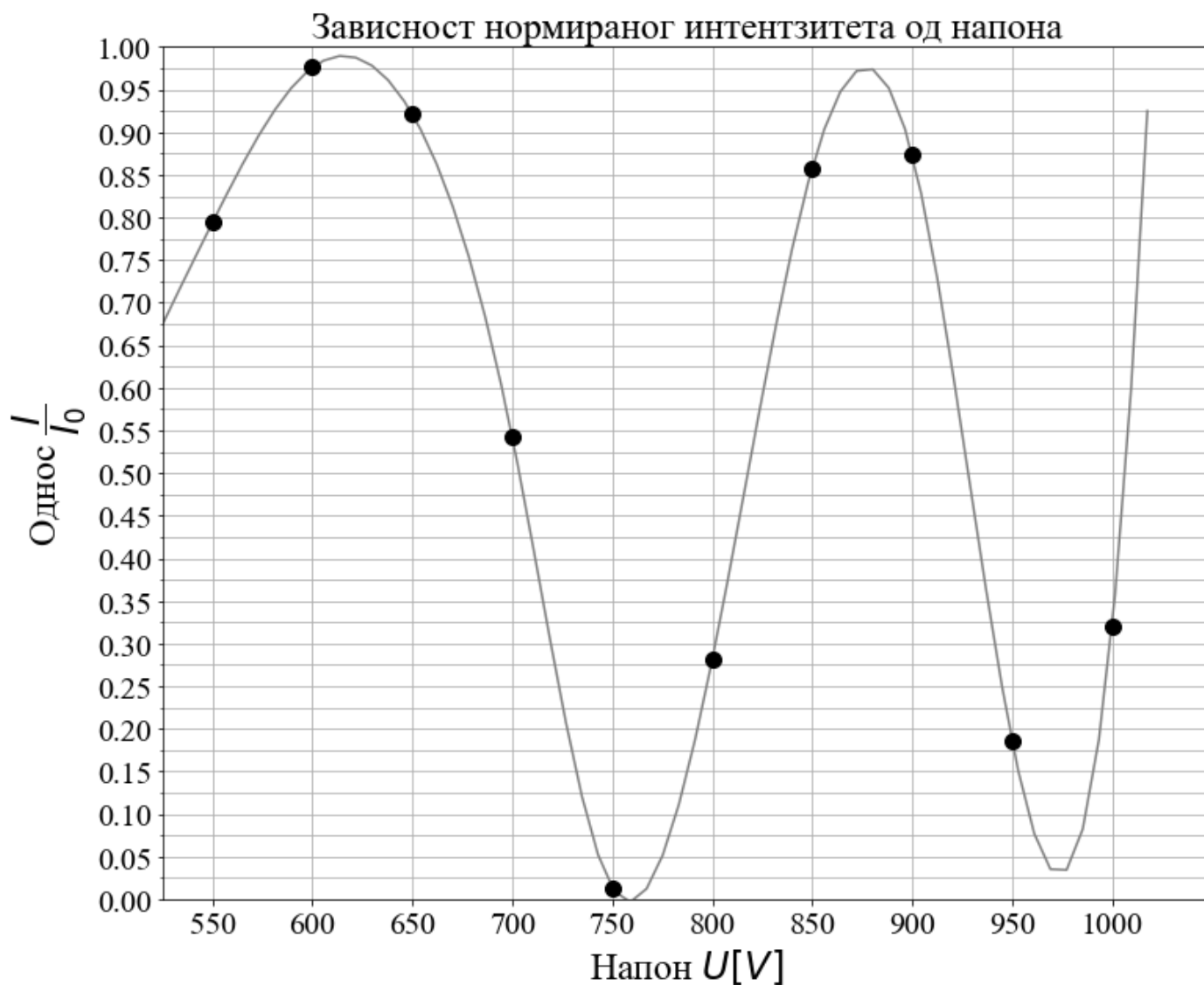
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$, када је $|q| < 1$



- $(1+x)^\alpha \approx 1+\alpha x$, када је $x \ll 1$

Решења свих задатака треба јасно образложити и треба јасно навести све физичке законе и дефинисати све ознаке које се користе у решењу задатка.

*У алфа категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима специјализованих гимназија за области математике и физике.



Слика 5: Подаци за обраду у задатку 5. На хоризонталној оси представљен је напон на електродама, док се на вертикалној оси налази нормализован интензитет светлости која излази из поларизатора 2. Подаци су из експеримента од Phywe. Мерења су вршена у корацима напона од 50V, између 550V и 1000V. Грешка у мерењу напона је $\pm 5V$