



## Задатак 1: Праћка (10 поена)

### Део А - Масена опруга (5 поена)

Еластична опруга је физички елемент код кога важи Хуков закон - интензитет силе  $F$  потребне да се опруга сабије или издужи за неко  $\Delta l$  директно су пропорционални, а сила је таква да тежи да опругу врати у недеформисано стање, односно  $F = -k\Delta l$ . Коефицијент пропорционалности  $k$  назива се коефицијентом еластичности опруге.

У већини проблема, као добра апроксимација, сматра се да опруга нема масу. У овом делу проблема анализираћемо масивну опругу коефицијента еластичности  $k$  и сопствене масе  $M$ . Нека је опруга једним својим крајем учвршћена за вертикални зид ( $x = 0$ ), а слободан крај опруге може да се креће без трења по хоризонталној подлози, дуж  $x$ -осе.

- (а) [1 п] Уколико слободан крај опруге на растојању  $l$  од зида има брзину  $v(l)$ , колика је брзина делића опруге који се налази на растојању  $x$  од зида?
- (б) [2.5 п] Израчунати укупну кинетичку енергију хомогене масивне опруге у зависности од брзине слободног краја  $v(l)$ .
- (в) [0.75 п] Упоредимо масивну опругу са безмасеном опругом истог коефицијента еластичности на коју је закачен тег непознате масе  $M_e$ . Колика треба бити маса  $M_e$  да би обе опруге осциловале на исти начин?
- (г) [0.75 п] Нека се масивној опрузи за слободан крај закачи тег масе  $m$  и сабије се за  $x_0$ , а затим пусти. У тренутку када тег пролази кроз равнотежни положај, одвоји се од опруге. Одредити брзину тега  $v_0$  у тренутку одвајања од опруге.

### Део Б - Коси хитац (5 поена)

Нека се опруга са тегом из последњег дела претходног дела задатка налазила под углом  $\alpha$  у односу на хоризонт, на висини  $h_0$  у односу на површину Земље. Ради једноставности, занемарићемо утицај гравитационе силе на систем до тренутка када се тег откачи од опруге. Након одвајања, тег се са почетном брзином  $v_0$  креће у гравитационом пољу. Такво кретање назива се коси хитац.

- (д) [0.5 п] Написати једначине кретања тега,  $x(t)$  по хоризонталној оси и  $y(t)$  по вертикалној оси.
- (ђ) [1.25 п] Одредити једначину трајекторије тега.
- (е) [2.75 п] Уколико од свих параметара можемо мењати само нагибни угао  $\alpha$ , под којим углом  $\alpha_0$  ће домет бити максималан? **Подсетник.** Домет тега дефинише се као хоризонтално растојање  $D$  до места на површини земље на које ће тег након кретања кроз ваздух пасти.
- (ж) [0.5 п] Колико износи максимални домет  $D_{max}$ ?