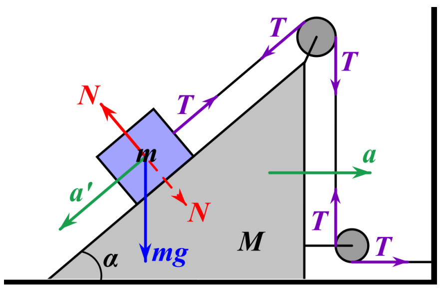
ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2023/2024. ГОДИНЕ

Друштво физичара Србије и
Министарство просвете Републике Србије
РЕШЕЊА – Б КАТЕГОРИЈА

I разред **ДРЖАВНИ НИВО**
6. април 2024.

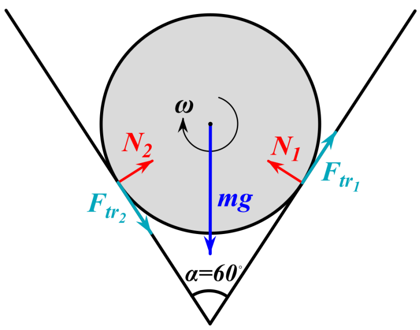
1. Нека је v брзина подморнице, u брзина звука кроз воду, а d_1 растојање између подморнице и базе у тренутку слања првог сигнала. Време за које се први сигнал врати до подморнице једнак је збиру времена за које сигнал стигне до базе и времена за које се сигнал од базе врати у подморницу, па је: $t_1 = \frac{d_1}{u} + \frac{d_1 - vd_1/u}{v+u} = \frac{2d_1}{v+u}$ **[4п]**. По пријему првог сигнала ново растојање између подморнице и базе је: $d_2 = d_1 - vt_1$ **[2п]**, па је време које протекне од слања до повратка другог сигнала: $t_2 = \frac{2d_2}{v+u}$ **[4п]**. Решавањем система једначина за времена t_1 и t_2 по d_1 и v добија се: $d_1 = \frac{ut_1^2}{t_1+t_2}$ **[3п]** и $v = \frac{u(t_1-t_2)}{t_1+t_2}$ **[3п]**. По пријему другог сигнала растојање подморнице до базе је: $d_3 = d_1 - v(t_1+t_2) = \frac{ut_2^2}{t_1+t_2}$ **[2п]**, па је интензитет успорења дат изразом: $a = \frac{v^2}{2d_3} = \frac{u(t_1-t_2)^2}{2t_2^2(t_1+t_2)}$ **[2п]**.

2. На (*Слика* 1) су приказане силе које делују на тело и клин. Када тело почне да се спушта, клин почне да се креће у десно. Једначина кретања клина је: $Ma = N\sin\alpha + T(1-\cos\alpha)$ (1) **[3п]**, где је a убрзање клина. Једначине кретања тела у односу на клин дуж клина и ортогонално на њега су: $ma' = mg\sin\alpha + ma\cos\alpha - T$ (2) **[3п]** и $N + ma\sin\alpha - mg\cos\alpha = 0$ (3) **[3п]**, где је a' убрзање тела у односу на клин. Како је конац неистегљив, убрзање клина и убрзање тела у односу на клин имају исти интензитет: $a = a'$ (4) **[3п]**. Решавањем система једначина (1), (2), (3) и (4), добијамо: $a = \frac{mg\sin\alpha}{M+2m(1-\cos\alpha)} = \frac{mg\sqrt{2}}{2M+2m(2-\sqrt{2})}$ **[4п]**. Укупно убрзање тела је: $a_m = \sqrt{(a - a\cos\alpha)^2 + a^2\sin^2\alpha} = a\sqrt{2-\sqrt{2}}$ **[4п]**.



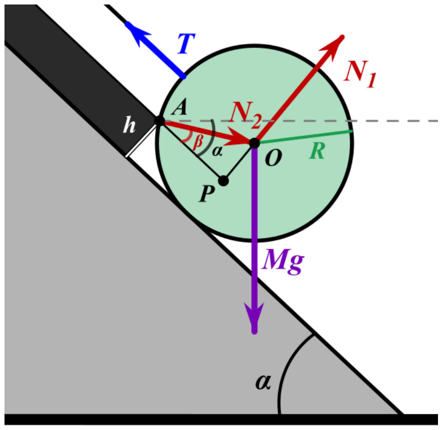
Слика 1

3. На (*Слика* 2) су приказане силе које делују на ваљак. Услов равнотеже сила дуж хоризонталне осе дат је једначином: $0 = N_1\cos\frac{\alpha}{2} - N_2\cos\frac{\alpha}{2} - F_{tr1}\sin\frac{\alpha}{2} - F_{tr2}\sin\frac{\alpha}{2}$ (1) **[3п]**. Како се ваљак не креће ни дуж вертикалне осе, добија се: $mg = N_1\sin\frac{\alpha}{2} + N_2\sin\frac{\alpha}{2} + F_{tr1}\cos\frac{\alpha}{2} - F_{tr2}\cos\frac{\alpha}{2}$ (2) **[3п]**. Силе трења које делују по ободу ваљка на контакту са плочама су: $F_{tr1} = \mu N_1$ (3) **[0,5п]** и $F_{tr2} = \mu N_2$ (4) **[0,5п]**. Из једначине (1) добијамо да је: $N_2 = N_1\frac{\cos\frac{\alpha}{2} - \mu\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2} + \mu\sin\frac{\alpha}{2}}$ (5). Заменом ове једначине у једначину (2) добијамо: $N_1 = mg\frac{\cos\frac{\alpha}{2} + \mu\sin\frac{\alpha}{2}}{2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}(1+\mu^2)}$ (6) **[2п]**. Када уврстимо ову једначину у једначину (5) добијамо: $N_2 = mg\frac{\cos\frac{\alpha}{2} - \mu\sin\frac{\alpha}{2}}{2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}(1+\mu^2)}$ (7) **[2п]**. Једначина ротације ваљка је: $I\beta = (F_{tr1} + F_{tr2})R$ **[2п]** (8), где је $I = \frac{1}{2}mR^2$ **[1п]** момент инерције пуног ваљка, а β његово угаоно убрзање. Након лаког рачуна добијамо да је: $\beta = \frac{2\mu g}{R\sin\frac{\alpha}{2}(1+\mu^2)}$ **[2п]**. Коначно, време до заустављања ваљака једнако је: $t = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega R(1+\mu^2)\sin\frac{\alpha}{2}}{2\mu g} =$ **[2п]** и притом до заустављања ваљак опише угао: $\phi = \frac{\omega^2}{2\beta} = \frac{\omega^2 R(1+\mu^2)\sin\frac{\alpha}{2}}{4\mu g} = \frac{\omega^2 R(1+\mu^2)}{8\mu g}$ **[2п]**.



Слика 2

Задатке припремили: *Немања Мадић*, *др Биљана Николић*, Физички факултет Универзитета у Београду и *др Соња Предин*, Институт за физику у Београду; Рецензент: *Богдан Станојевић*, Физички факултет Универзитета у Београду; Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *Проф. др Имре Гут*, Природно-математички факултет Универзитета у Новом Саду



Слика 3

4. На (*Слика* 3) су приказане силе које делују на ваљак у референтном систему везаном за стрму раван. У том систему ваљак се налази у равнотежи и додирује степеник, па је услов равнотеже сила: $T-N_2\cos\beta-Mg\sin\alpha=0$ (1) [**3п**] и $N_1+N_2\sin\beta-Mg\cos\alpha=0$ (2) [**3п**] . Да бисмо одредили угао β уочимо троугао OAP. Лако можемо уочити да је $\sin\beta=\frac{R-h}{R}=\frac{1}{2}$, па је $\beta=30°$ [**2п**]. Услов равнотеже сила које делују на коцку је: $T=mg\sin\alpha$ (3) [**2п**]. Када једначину (3) уврстимо у једначину (1) добијамо да је: $N_2=\frac{\sin\alpha}{\cos\beta}(m-M)\,g$ (4) [**2п**]. Ако ваљак додирује степеник, онда је $N_2\geq 0$, па из једначине (4) следи услов за минималну вредност масе коцке: $m\geq M$ (5) [**2п**]. Из једначина (2) и (4) следи да је: $N_1=Mg\cos\alpha-(m-M)\,g\sin\alpha\,\mathrm{tg}\beta$ (6) [**2п**]. Из услова да ваљак додирује стрму раван, $N_1\geq 0$, и једначине (6) следи да је: $m\leq M\,(\mathrm{ctg}\,\alpha\,\mathrm{ctg}\,\beta+1)$ (8) [**2п**]. Услов равнотеже момената сила у односу на тачку A је: $T\,(R-h)+N_1R\cos\beta=MgR\cos(\alpha-\beta)$ (7) и ако једначине (3) и (6) уврстимо у једначину (7), добијамо да је услов равнотеже момента сила у тачки A задовољен [**2п**]. На крају, на основу једначина (5) и (8) и заменом вредности углова α и β, добијамо да је услов да ваљак мирује: $M\leq m\leq 2M$.

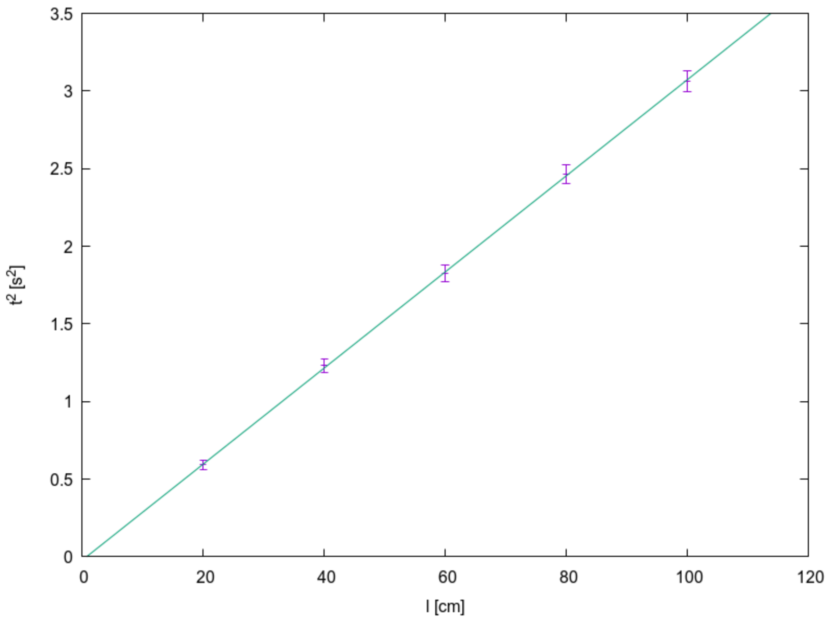
5. (а) Нека је m маса, а H висина ваљка, густина ваљка је: $\rho=\frac{m}{(R^2-r^2)\pi H}$ [**0,5п**], док је момент инерције ваљка око своје осе: $I=\frac{1}{2}\rho\pi H(R^4-r^4)$ [**0,5п**]. Заменом израза за густину у израз за момент инерције добија се: $I=\frac{m(R^4-r^4)}{2(R^2-r^2)}=\frac{1}{2}m(R^2+r^2)$ [**1п**].
(б) Једначина кретања центра ваљка дуж стрме равни је: $ma=mg\sin\alpha-F_{tr}$ [**0,5п**], где је F_{tr} сила трења. Једначина ротације ваљка око своје осе дата је једначином: $I\beta=F_{tr}R$ [**0,5п**]. Како ваљак не проклизава по подлози, важи веза убрзања центра ваљка и његовог угаоног убрзања: $a=\beta R$ [**0,5п**]. Решавањем овог система по убрзању, добија се $a=\frac{g\sin\alpha}{1+\frac{I}{mR^2}}$ [**0,5п**].
(в) Пређени пут центра ваљка после времена t од почетка кретања је: $l=\frac{at^2}{2}=\frac{g\sin\alpha t^2}{2+2\frac{I}{mR^2}}=\frac{g\sin\alpha t^2}{3+(r/R)^2}$ [**1п**]. Зависност квадрата времена од пређеног пута је линеарна: $t^2=kl$, где је коефицијент пропорционалности дат изразом: $k=\frac{3+(r/R)^2}{g\sin\alpha}$ [**1п**]. Одређивањем вредности k може се добити вредност убрзања Земљине теже.
(г) Црта се линеарна зависност $t^2(l)$ или друга правилно изабрана линеаризована зависност величина t и l. Апсолутна грешка величине t^2 рачуна се као: $\Delta t^2=2t\Delta t$ [**1п**]. У (*Табела* 4а) дате су вредности за величине l и t^2 са одговарајућим апсолутним грешкама, док је график зависности $t^2(l)$ на (*Слика* 4б). Табела са правилно заокруженим резултатима вреди [**2п**], при чему се свака тачна вредност за величине t^2 и Δt^2 бодује са [**0,2п**]. График са правилно обележеним осама и тачкама са грешкама вреди [**7п**]. Правилно нацртане и обележене осе бодују се са по [**1п**] свака. Сваку добро уцртану тачку бодовати са [**0,8п**]; ако је тачка унета без грешке, бодовати са [**0,4п**]. Провучену линију кроз све експерименталне тачке бодовати са [**1п**].
(д) Са графика зависности $t^2(l)$ очитавају се две тачке A и B, тако да се тачка A налази између прве две, а тачка B између последње две експерименталне тачке. Координате тачака A и B су: $x_A=30{,}0\,cm$, $y_A=(0{,}91\pm 0{,}05)\,s^2$, $x_B=90{,}0\,cm$, $y_B=(2{,}75\pm 0{,}07)\,s^2$. Грешке по x-оси су исте за обе тачке и износе вредност најмањег подеока на милиметарској хартији, $\Delta x_A=\Delta x_B=0{,}5\,cm$. У зависности од оријентације папира, могу се добити другачије вредности најмањег подеока. Коефицијент правца зависности $t^2(l)$ је: $k=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=3{,}07\,s^2/m$ [**1п**], а релативна грешка за коефицијент правца је $\delta k=\frac{\Delta y_A+\Delta y_B}{y_B-y_A}+\frac{\Delta x_A+\Delta x_B}{x_B-x_A}=8{,}19\,\%$

Задатке припремили: *Немања Мадић*, *др Биљана Николић*, Физички факултет Универзитета у Београду и *др Соња Предин*, Институт за физику у Београду; Рецензент: *Богдан Станојевић*, Физички факултет Универзитета у Београду; Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *Проф. др Имре Гут*, Природно-математички факултет Универзитета у Новом Саду

[**1п**]. Релативна грешка рачуната занемаривањем грешака очитавања по x-оси бодује се са [**0,5п**] (уместо са [**1п**]). Убрзање Земљине теже је: $g = \frac{3+(r/R)^2}{k \sin\alpha} = 9{,}65\, m/s^2$ [**0,5п**], док је грешка за g дата изразом: $\Delta g = g\delta k = 0{,}79\, m/s^2$ [**0,5п**], па је заокружена вредност убрзања Земљине теже са грешком: $g = (9{,}7 \pm 0{,}8)\, m/s^2$ [**1п**]. Признавати правилни поступак за другачије изабране тачке A и B.

$l[cm]$	$t^2[s^2]$	$\Delta t^2[s^2]$
20	0,59	0,03
40	1,23	0,05
60	1,82	0,06
80	2,46	0,07
100	3,06	0,07

(а) Експериментални подаци



(б) Зависност квадрата времена од пређеног пута

Слика 4 Експериментални резултати