Математичка гимназија

Матурски рад
из предмета физика

Акустика просторија

Ментор
др Драгана Шумарац Павловић

Ученик
Лука Токмачић, $IV_Ц$

Београд, јун 2020.

Садржај

Садржај **2**

1 Увод **3**

2 Основе акустике и звука **5**
2.1 Звук као физичка појава 5
2.1.1 Звучно поље 5
2.1.2 Таласи у чврстим материјама 6
2.1.3 Таласи у флуидима 6
2.1.4 Брзина осциловања, брзина простирања таласа и таласна дужина звука 7
2.1.5 Модел настанка звука у ваздуху 8
2.1.6 Звучни притисак 8

3 Таласна једначина **9**
3.1 Решење таласне једначине за раван талас 9
3.2 Решење таласне једначине за сферни талас 10
3.3 Стојећи таласи 11
3.4 Импеданса 12
3.4.1 Специфична импеданса средине 12
3.4.2 Акустичка импеданса 13
3.5 Густина енергије, интензитет и јачина звука 14

4 Рефлексије звука, појаве при простирању **15**
4.1 Рефлексије 15
4.2 Дисипација 17
4.3 Рефракција 18
4.4 Дифракција 19
4.5 Доплеров ефекат 19

5 Звучно поље у просторијама, модели просторија **20**
5.1 Акустички одзив просторије 20
5.2 Импулсни одзив просторије 20
5.3 Математички модели звучног поља у просторијама 23
5.3.1 Статистички модел звучног поља у просторијама 23
5.3.2 Таласни и геометријски модел просторија 26

6 Мерење и анализа свечане сале у Математичкој гимназији **31**

7 Закључак **38**

Литература **39**

1 Увод

Звук има вишеструку улогу у нашим животима. Он представља основно средство комуникације међу људима. Звук је такође једно од најстаријих уметничких изражајних средстава и звуком добијамо важне информације о свету који нас окружује. Као природна последица тога јавља се широко интересовање за проучавање звука и долази до изузетног развоја науке о звуку, акустике. Да би се на било који начин звук проучавао и анализирао потребно је разумети основе генерисања, преношења и опште особине истог.

Акустика просторија је област која проучава простирање звука у затвореном простору. То подразумева ситуацију када се у просторији налазе неки извори звука и неки пријемници звука између којих треба да се оствари квалитетна размена неког звучног садржаја. Акустика просторија се, као научна дисциплина која се бави методологијом за објективно оцењивање акустичких карактеристика и методама предикције карактеристика поља, развија од краја 19. века. Међутим, још од давнина постојала је свест да је звук који чујемо коначно уобличен карактеристикама простора у коме се налазе извор и пријемник звука. Тако се кроз историју развијао један веома интензиван узајамни однос између архитектуре, акустике и музике.

У овом раду дат је теоријски осврт на све важне аспекте звука као физичке појаве, на законитости простирања звука и појаве које су карактеристичне за таласну природу звука. Детаљно су обрађени различити математички модели за моделовање простирања звука у затвореном простору. Основа за објективно оцењивање акустичких карактеристика неког простора је импулсни одзив просторије. Импулсни одзив везује се за две тачке у простору и то позицију извора и позицију пријемника звука. Он представља основу за израчунавање различитих објективних параметара на основу којих се вреднује акустички.

Предмет анализе у оквиру овог рада је мерење и анализа акустичких карактеристика свечане сале у Математичкој гимназији. У свечаној сали извршено је више мерења и на основу измерених вредности окарактерисане су њене акустичке карактеристике.

Кратка историја акустике

Име акустика долази од грчке речи *akio*, што у преводу значи чути. Акустика као наука о звуку и област физике има изузетно дугу историју, а због свог предмета проучавања развила се у многим смеровима. Поред физичких појава стварања, простирања и утицаја звука на средину у којој се простире акустика се проширила и на више интердисциплинарних области. Неке од њих се баве слухом, говором, електроакустичким претварачима (микрофони и звучници), дигиталном обрадом звука и многим другим. Као што је и звук заступљен као предмет проучавања разних наука поред акустике, тако се и акустика преплиће са разним другим областима и наукама. Од основне теоријске акустике наука се развијала у правцу уметности, инжењерства, наука о животу (филозофије, медицине, психологије) и наука о земљи.

Још из давног старог века, негде око трећег века пре нове ере датирају први докази о проучавању звучних феномена, а једно од имена које се појављује је име архитекте Витрувија [1]. У античком периоду акустика није била егзактна, већ се заснивала на искуству и доживљају и у основи се бавила амфитеатрима.

[1] *Marcus Vitruvius Pollio* - римски архитекта из првог века пре нове ере.

Развојем науке и технике долази и до развоја акустике, па спрам тога развој ове науке можемо поделити у следеће периоде:

- Антика и средњи век (акустика као уметност)
- Период од 18. века до почетка 20. века (почетак акустике као науке)
- 20. век (развој електричних уређаја и вршење експеримената)
- Период од последњих неколико деценија (обележен развојем рачунара)

Први експеримент у акустици је представљао мерење брзине звука на основу разлике времена при стизању звука и светлости при пуцању из топа. Такође у 17. веку, Њутн[2] је поставио основне законе простирања звука, док су основе кретања звука кроз флуиде постављене у 18. веку. Развој акустике просторија у 20. веку везује се за Сабина[3], а овом развоју првенствено је допринела електротехника, тј. појавом микрофона, звучника и система за записивање сигнала. Појава рачунара је омогућило прецизно моделовање звучних поља, а баш у овом периоду долази до експанзије акустике просторија, а још увек није потпуно успостављена јасна веза између субјективног доживљаја и физичких карактеристика просторија.

(а) *Витрувије*

(б) *Валас Клемент Сабин*

(в) *Исак Њутн*

Слика 1: *Научници чији је рад допринео развоју акустике*

[2] *Sir Isaac Newton (1643 – 1727)* - енглески математичар, физичар, астроном и филозоф, познат по својим законима механике и гравитације, уз рад у области инфинитезималног рачуна.

[3] *Wallace Clement Sabine (1868 – 1919)* - амерички физичар, оснивач акустике просторија.

2 Основе акустике и звука

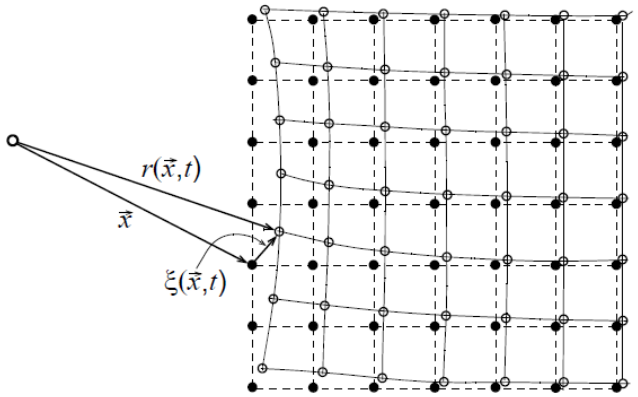
Звук је физичка појава која се јавља у разним ситуацијама, биле оне крајње основне, налик разговору, или изузетно комплексне, као што су сеизмички таласи. У основи под звуком подразмевамо механичке таласе које можемо да осетимо чулом слуха. Наравно, потребно је напоменути да чуло слуха није константно од човека до човека, већ се на основу статистичких анализа утврђује предвиђен опсег који просечан човек може да чује. Основна подела звука је на шумове (удар грома, експлозија) и тонове (који могу бити прости и сложени).

2.1 Звук као физичка појава

Звук се дефинише као еластична деформација у некој средини. Практично у свакој еластичној средини може доћи до деформација тако што се делић материје изведе из равнотежног положаја, а у том тренутку ти мали делови материје почињу да осцилују. За мале делове материје можемо сматрати атоме и молекуле, али су нам значајнији заједнички параметри њиховог кретања, а неки од њих могу бити: брзина, убрзање или померај. Деформације простора се могу посматрати као функција времена и просторних координата. Сила која изазива те деформације се назива *извор звука*. Простор у коме се јавља звук називамо *звучно поље*.

2.1.1 Звучно поље

Као што је већ речено основни параметри за описивање звука, тј. деформација еластичне средине, су померај, брзина и убрзање, на *слици 2* је приказано како честица у једном тренутку мирује, а у следећем тренутку се креће под утицајем звука.



Слика 2: *Приказ осциловања честица у материји*

Општа веза помераја, брзине и убрзања осциловања је:

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},\ a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x^2}{\mathrm{d}t}$$

А за периодичне осцилаторе важи:

$$v = \omega x,\ a = \omega^2 x$$

2.1.2 Таласи у чврстим материјама

Што се тиче таласа који се јављају у материјалима код којих су сва три правца довољно велика, они се деле на основу правца осциловања честица у односу на правац простирања таласа, а могу бити лонгитудинални и трансверзални. Лонгитудинални таласи се простиру у правцу осциловања честица, док код трансверзалних честице осцилују нормално на правац простирања таласа.

Код материјала код којих је једна димензија много мања од друге две (плоче, шипке...) таласи се јављају у виду промене дебљине – екстензиони таласи или у виду савијања – флексиони таласи. Међутим код ових материјала се јављају и површински таласи, који обухватају честице у мањем, ограниченом површинском слоју.

Још један од начина класификације таласа је на основу тога по колико правих осцилује честица. Та особина се назива поларизација таласа. У случају осцилација по једној правој таласи су линеарни, а ако је осциловање по две нормалне праве онда је у питању елиптична поларизација.

2.1.3 Таласи у флуидима

Имајући у виду да човек живи у ваздушној средини, очигледно је да за проучавање акустике изузетно важно разумети понашање звука у флуидима. Понашање таласа у флуидима се разликује од онога у чврстим телима, због природе флуида и закона којима су дефинисана његова стања. Наравно, јасно је да се у стварности најчешће јављају ситуације у којима имамо комбиновано простирање звука и кроз чврсту материју, али и кроз флуид. Основна особина флуида која проузрокује разлике у простирању звука у односу на чврсто тело је особина флуида да мења запремину. Због те промене запремине у флуиду се јављају силе које теже почетном стању. Та сила је дефинисана једначином:

$$p = \rho r T \tag{1}$$

Где је: p притисак у флуиду, T температура, r константа која зависи од врсте супстанце, ρ густина супстанце

Експериментално је доказано да се појава звука у флуиду може сматрати за адијабатски процес, што значи да елементи флуида не смеју размењивати енергију, а услови за такво стање су:

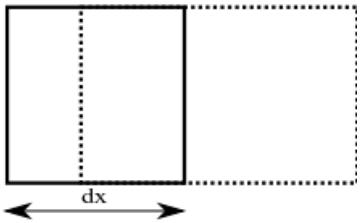
- Топлотна проводност средине је мала
- Температурни градијент који се јавља мора бити мали
- Промене стања морају се дешавати довољно брзо

С обзиром на то да ваздух можемо сматрати идеалним гасом за њега важи:

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\gamma}$$

Где је γ гасна константа, а p_0 и ρ_0 дефинишу почетно стање флуида.

Промена запремине флуида Посматрајмо случај у коме простор, у коме се појављује звук, мења своју запремину у једном правцу *(слика 3)*. Посматрајмо мали одсечак простора, дужине dx. За део флуида константне масе m важи: $m = \rho_0 V_0$.



Слика 3: *Приказ промене запремине малог дела флуида*

А у неком наредном, блиском тренутку:

$$m = (\rho_0 + \mathrm{d}\rho)(V_0 + \mathrm{d}V)$$

Из горе наведених једначина следи:

$$\frac{\partial \rho}{\rho_0} = -\frac{\partial V}{V_0} \tag{2}$$

2.1.4 Брзина осциловања, брзина простирања таласа и таласна дужина звука

Брзина осциловања честица Други Њутнов закон примењен на флуиде има облик:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho \frac{\partial v}{\partial t}$$

Ова једначина се назива Ојлерова[4] једначина и из ње се може добити брзина осциловања честица:

$$v = -\frac{1}{\rho} \int \frac{\partial p}{\partial x} \partial t \tag{3}$$

Брзина простирања таласа Брзина простирања таласа код идеалних гасова има формулу:

$$c = \sqrt{\gamma \frac{p_0}{\rho_0}}$$

Где је γ гасна константа, ρ_0 и p_0 су густина и притисак у почетном тренутку, пре појаве звука. На нормалним условима се добија $c_0 = 331,6 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, а повезивањем са једначином стања *(једначина 1)* добијамо да брзина звука има облик $c = \sqrt{\gamma r T}$.

Упоређујући то са c добијамо: $c = c_0 \sqrt{\frac{T}{273}}$.

[4] *Leonhard Euler (1707 – 1783)* - швајцарски математичар, физичар и атрономн, познат по раду у областима математичке анализе, теорији бројева, топологији, динамици флуида, оптици...

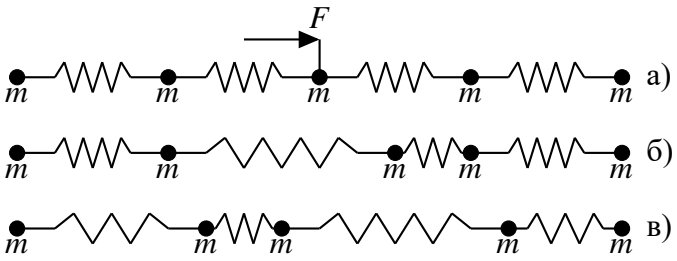
Таласна дужина звука Таласна дужина по дефиницији има облик:

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

Како се фреквенције које су значајне за човека крећу од 20Hz до 20kHz, самим тим је и спектар таласних дужина које су нама значајне изузетно велик и креће се приближно од 17mm до 17m.

2.1.5 Модел настанка звука у ваздуху

Настанак звука у ваздуху може се приказати низом куглица масе m, које су међусобно везане опругама. У почетном тренутку куглице имају положај као на *слици 4а)*, па се једној од њих, деловањем силе F, преда неки импулс и она почиње да се креће и проузрокује деформацију средине. Кинетичка енергија почетне куглице се претвара у потенцијалну енергију суседних опруга. Ова ситуација је приказана на *слици 4б)*. Након тога поремећај се преноси на суседне куглице, па и оне почињу да осцилују, што се види на *слици 4в)*.

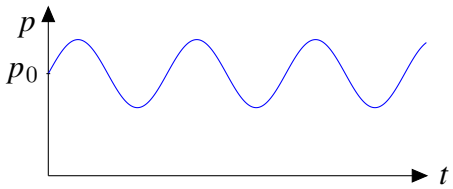


Слика 4: *Основни принцип настанка звука*

2.1.6 Звучни притисак

Због деформација у флуиду притисак и густина се понашају у складу са следећим једначинама: $p = p_0 + p(t)$ и $\rho = \rho_0 + \rho(t)$.

У ваздуху компонента p_0 представља атмосферски притисак, а променљиви део $p(t)$ се назива звучни притисак. Ова функција у реалним околностима је изузетно сложена, док се звук чисте фреквенције, који је иначе практично непостојећи, већ се једино може створити вештачким, електронским генераторима звука, или звучном виљушком има облик $p(t) = p \sin \omega t$.



Слика 5: *График зависности притиска од времена*

Притисак се најчешће користи за моделовање звучног поља и притом се представља као просторна расподела притиска у неком тренутку $p(x, y, z)$, или временска промена притиска на неким

задатим координатама $p(t)$. Да би неки математички модел звучног поља био решив потребно је увести одређена ограничења. Прецизност решења зависи од тога колико се та унапред постављена ограничења слажу са реалном сликом ситуације. Најпрецизнија слика о звучном пољу се стиче уз помоћ мерења, јер се мерењем могу сагледати сви реални параметри неког звучног поља или просторије у конкретном случају. Многи математички модели се коригују тако да се усагласе са мереним вредностима. Међутим, треба бити свестан да и мерења имају разне врсте ограничења.

3 Таласна једначина

Основни облик математичког закона који повезује просторне и временске координате таласа се назива таласна једначина. Таласна једначина представља диференцијалну једначину чија је променљива притисак. Као и у већини случајева при решавању диференцијалних једначина, потребно је увести и одређене границе. Ако се одлучимо да једначину решавмо нумерички постоје значајни лимити на које наилазимо приликом решавања једначине која описује реалну просторију. Ако се код крајње једноставних случајева одлучимо за аналитичку методу решавања једначине можемо доћи до основних закона по којима се понаша звук.

Таласна једначина једнодимензионог таласа има облик:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \tag{4}$$

У општем случају, тј. за талас у све три димензије једначина има облик:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2 \overline{V}^2 p \tag{5}$$

Где је $\overline{V}^2 p$ оператор који рачуна други извод притиска по осама, тј:

$$\overline{V}^2 p = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \tag{6}$$

Једначина повезује просторну и временску промену притиска, а као што је већ речено ова једначина је тешко применљива на реалне околности, као што су звучна поља у просторијама. Сада ћемо показати решења једначине за линијски и сферни талас.

3.1 Решење таласне једначине за раван талас

Као што је већ речено, код једнодимензионог таласа промене се дешавају само у једном правцу, тако да решење *једначине 4* има облик:

$$p = p_0 f(t \pm \frac{x}{c})$$

Где p представља притисак, док је f функција која одређује промену притиска по x оси. Ако за функцију f одаберемо синусну функцију онда наше опште решење има облик:

$$p(x,t) = p(x)e^{i\omega t}$$

Даље добијамо

$$\frac{\partial^2 \underline{p}(x)}{\partial x^2} + k^2 \underline{p}(x) = 0 \tag{7}$$

Где је k гасна константа и износи

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Решење *једначине 7* има облик

$$\underline{p}(x) = \underline{\hat{p}_+} e^{-ikx} + \underline{\hat{p}_-} e^{ikx}$$

У случају синусне промене притиска

$$\underline{p}(x,t) = \underline{\hat{p}_+} e^{i(\omega t - kx)} + \underline{\hat{p}_-} e^{i(\omega t + kx)}$$

Члан са „+“ се креће у смеру x осе, а члан са „–“ у супротном смеру. Ако узмемо најједноставнији случај у коме се талас простире у једном смеру тада не фигурише члан са „-“ и имамо:

$$p(x,t) = \hat{p}\cos(\omega t - kx) \tag{8}$$

Брзина осциловања равног таласа на основу Ојлерове формуле има облик:

$$\underline{v} = -\frac{1}{\rho}\int \frac{\partial \underline{p}}{\partial x}\partial t$$

Ако узмемо да је поље синусна функција добијамо да

$$\underline{v} = i\frac{1}{\rho\omega}\frac{\partial \underline{p}}{\partial x} = \frac{k}{\rho\omega} p e^{i(\omega t - kx)} = \frac{1}{\rho\omega}\underline{p}$$

Закључујемо да су брзина и притисак равног таласа у фази, јер је њихов однос реалан број.

$$\frac{\underline{p}}{\underline{v}} = \rho c \tag{9}$$

3.2 Решење таласне једначине за сферни талас

Сферни таласи представљају још један специјалан случај простирања таласа. У овом случају таласни фронт има облик сфере, а да би смо описали проблем потребно је правоугле координате пребацити у сферне координате, а након тога добијамо:

$$\frac{\partial^2 \underline{pr}}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \underline{pr}}{\partial r^2}$$

Посматрајући ову једначину као једначину линеарног таласа са променљивом pr добијамо да је

$$\underline{pr} = \underline{A} e^{i(\omega t - kr)}$$

тј.

$$\underline{p} = \frac{\underline{A}}{r} e^{i(\omega t - kr)} \tag{10}$$

A је комплексна амплитуда. Из једначине можемо закључити да је производ притиска и растојања константан, што се може и очекивати, јер повећањем растојања опада притисак. Исто тако при повећању растојања површина таласног фронта расте са квадратном зависношћу, па густина енергије квадратно опада.

3.3 Стојећи таласи

Кроз једну средину може се јавити више таласа који „пролазе“ један кроз други без икаквог међусобног мешања. Пример овога је бацање каменчића у воду. Ова појава се назива суперпозиција таласа. Особине суперпозиције су:

- Сваки талас се простире независно од осталих
- Резултујуће осциловање сваке честице је алгебарски збир осциловања проузрокованих деловањем сваког таласа

Стојећи таласи су посебан пример суперпозиције талаца. У овом случају суперпозиција настаје од два таласа истих амплитуда и фреквенција који се простиру у супротним смеровима. Важно је напоменути да они настају у ограниченим срединама при одређеним вредностима фреквенције, тј. таласне дужине. Посматрајмо таласе са једначинама $p_1(x,t) = p\cos(\omega t - kx)$ и $p_2(x,t) = p\cos(\omega t + kx)$, алгебарским збиром се добија:

$$p = 2p\cos kx\cos\omega t \tag{11}$$

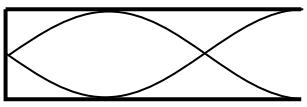
Закључујемо да амплитуда варира у зависности од координате и да се понавља на сваких $\frac{\lambda}{2}$. Две карактеристичне тачке стојећих таласа су:

- Чворови: места где је $A = 0$, тј. $x = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$
- Трбуси: места где је амплитуда највећа, $A = 2p$, $.x = n\frac{\lambda}{2}$

У оба случаја n је неки цео број.

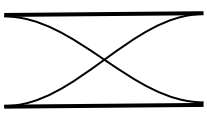
Резонантне фреквенције стојећих таласа Како је већ напоменуто стојећи таласи се успостављају само при карактеристичним фреквенцијама. Оне зависе од облика средине у којој се звук простире. То ћемо показати на примерима простирања таласа кроз различите типове цеви:

1. Цев затворена на једном крају: на затвореном делу треба да се налази чвор, а на отвореном трбух, па имамо да су све карактеристичне фреквенције одређене са $\nu_n = \frac{(2n-1)c}{4L}$



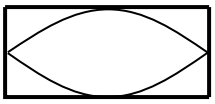
Слика 6: *У овом случају је* $n = 2$

2. Цев отворена на оба краја: на оба краја треба да се налазе трбуси, па је: $\nu_n = n\frac{c}{2L}$



Слика 7: *У овом случају је* $n = 1$

3. Цев затворена на оба краја: на крајевима треба да се налазе чворови, тј. $\nu_n = n\frac{c}{2L}$.



Слика 8: *У овом случају је* $n = 1$

Где су L дужина цеви, c брзина простирања таласа и n ред фреквенције.

Појам стојећих таласа и резонанте фреквенције је значајан за моделовање звучног поља у просторијама, с тим што је разлика у томе да, за разлику од цеви, у просторијама значај имају све три просторне координате.

3.4 Импеданса

У акустици уводимо појам импеданси као однос притиска и брзине, тј. као однос побуде и одзива.

3.4.1 Специфична импеданса средине

Импеданса средине је одређена као однос комплексинх ампилитуда притиска и брзине:

$$\underline{Z_s} = \frac{\underline{p}}{\underline{v}} \tag{12}$$

Вредност ове величине је комплексна, осим за раван талас, где је реална. Као што смо раније видели, на основу *једначине 9* знамо да је за раван талас:

$$\underline{Z_s} = \rho c$$

У случају сферног таласа на сличан начин се може добити вредност импедансе

$$\underline{v} = \frac{1+ikr}{i\rho\omega}\frac{\underline{A}}{r^2}e^{i(\omega t-kx)} = \frac{1+ikr}{i\rho\omega r}\underline{p}$$

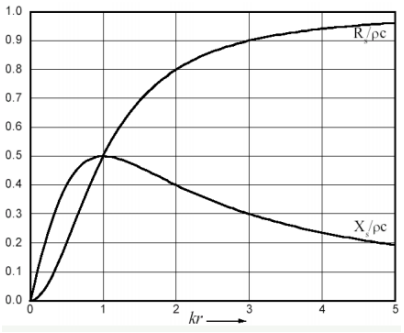
У овом случају добијамо и реалну и имагинарну компоненту импедансе

$$\underline{Z_s} = \frac{\underline{p}}{\underline{v}} = \frac{1+ikr}{i\rho\omega r}$$

тј.

$$\underline{Z_s} = \frac{\rho c k^2 r^2}{1+k^2r^2} + i\frac{\rho c k r}{1+k^2r^2} = R_s + iX_s \tag{13}$$

Импеданса зависи од производа kr, као што се види на графику.



Слика 9: *График зависности импедансе од израза* kr

Још један начин за посматрање импедансе је преко модула и аргумента и то на следећи начин: Знамо да је

$$kr = \frac{2\pi}{\lambda} r = 2\pi \left(\frac{r}{\lambda}\right)$$

па је аргумент импедансе однос растојања и таласне дужине. Даље, посматрајмо аргумент импедансе:

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{1}{kr}$$

примењујући тригонометријске трансформације добијамо да је

$$\cos \phi = \frac{kr}{\sqrt{1 + k^2 r^2}}$$

Па импеданса сферног таласа има облик

$$\underline{Z_s} = \frac{\rho c k^2 r^2}{\sqrt{1 + k^2 r^2}} e^{i\phi} = \rho c \cos \phi e^{i\phi} \tag{14}$$

3.4.2 Акустичка импеданса

У неким сложенијим случајевима једноставније је посматрати укупно простирање енергије кроз неки медиј, а за то уводимо акустичку импедансу. Такође уводимо и акустички проток

$$q = vS$$

који можемо звати и запреминска брзина, а импеданса има облик

$$Z_a = \frac{p}{q}$$

Закључујемо да

$$Z_a = \frac{Z_s}{S} \tag{15}$$

3.5 Густина енергије, интензитет и јачина звука

Густина енергије Један од параметара који нам је значајан за карактерисање звука је његова енергија, међутим како често може бити случај да се посматра звук у великом простору, значајно кориснија је величина коју називамо густина енергије, која нам говори о локалним вредностима енергије, а дефинишемо је по формули:

$$E = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}V}$$

Даље се извођењем долази до формуле:

$$E = \frac{p^2}{\rho c^2}$$

Интензитет таласа С обзиром на то да се звучна енергија креће кроз материју, ради једноставности уводи се величина која карактерише проток енергије кроз површину и која се назива интензитет. По дефиницији представља енергију таласа на јединици површине у јединици времена,

$$J = Ec$$

С обзиром на то да се енергија простире интензитет можемо посматрати и као вектор, који је усмерен ка простирању таласа.

$$\overrightarrow{J} = \overline{p\overrightarrow{v}}$$

Како је по дефиницији интензитет таласа енергија по јединици времена на некој површини, а енергија у јединици времена представља снагу, онда је:

$$J = \frac{P}{S} \tag{16}$$

Субјективна јачина звука Експериментално је утврђено да исти интензитети звука различитих фреквенција не изазивају исти доживљај звука. Ипак, субјективни осећај зависи од интензитета, тј. објективне јачине звука. Имајући у виду да интензитет звука има изузетно велики опсег уводи се нова величина ради лакшег бележења јачине звука, првенствено у односу на човеково чуло слуха. Ознака величине је L, јединица се назива децибел(dB), а рачуна се по формули:

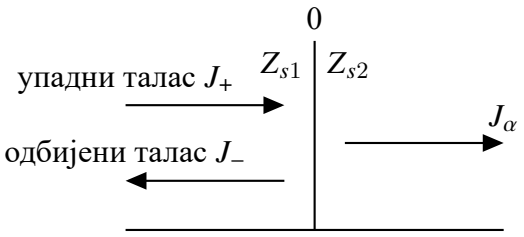
$$L = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0} \tag{17}$$

Где је I интензитет звука који посматрамо, док је I_0 праг чујности (најмањи интензитет звука који људско ухо може да региструје). У том случају субјективна јачина звука изонси $L = 0$. За случај границе бола, за коју је $I = 10\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$, добијамо да је $L = 130\mathrm{dB}$. Други назив за овај вид јачине звука је ниво звука.

4 Рефлексије звука, појаве при простирању

4.1 Рефлексије

У претходним деловима смо се бавили звуком који се креће у идеалној средини, док ћемо у овом поглављу фокус усмерити ка ситуацијама при којима се у процесу простирања звука јавља промена особина средине. Идеалан простор се само јавља у лабораторијским експериментима и такав тип просторије се зове анехоична просторија. Рефлексија представља промену правца простирања таласа при промени средине у којој се простире талас.



Слика 10: *Основни принцип одбијања таласа*

Приликом рефлексије један део таласа се одбија од граничне површине две средине, а други део наставља своје кретање у новој средини. Граничну површину такође називамо раван дисконтинуитета. Посматрајмо раван талас у оваквој ситуацији и узмимо да је координатни почетак (тј. место где је x координата једнака нули) на равни дисконтинуитета, тада на основу решења таласне једначине за раван талас:

$$\underline{p}(x) = \underline{\hat{p}_+} e^{-ikx} + \underline{\hat{p}_-} e^{ikx}$$

Имајући у виду да смо тако изабрали координатни систем свака компонента притиска има различиту импедансу, тако да:

$$\underline{v} = \frac{\underline{\hat{p}_+}}{\underline{Z_{s1}}} e^{i(\omega t - kx)} - \frac{\underline{\hat{p}_-}}{\underline{Z_{s1}}} e^{i(\omega t + kx)}$$

Где компонента са „+“ представља упадни талас, а са „−“ рефлектовани талас. На самој граничној површини са обе стране мора важити исти математички опис стања, па ћемо посматрати однос брзине и притиска. У односу на граничну површину са леве стране важи:

$$\left(\frac{\underline{p}}{\underline{v}}\right)_{x=0} = \underline{Z_{s1}} \frac{\underline{\hat{p}_+} + \underline{\hat{p}_-}}{\underline{\hat{p}_+} - \underline{\hat{p}_-}}$$

Док са десне стране важи:

$$\left(\frac{\underline{p}}{\underline{v}}\right)_{x=0} = \underline{Z_{s2}}$$

С обзиром да смо рекли да овај однос мора бити исти са обе стране, када изједначимо ове две једначине добијамо да:

$$\underline{Z_{s1}}\frac{\underline{\hat{p}_+} + \underline{\hat{p}_-}}{\underline{\hat{p}_+} - \underline{\hat{p}_-}} = \underline{Z_{s2}} \tag{18}$$

Сада можемо увести нову величину коју зовемо фактор рефлексије, који представља однос притиска рефлектованог и прогресивног таласа:

$$\underline{r} = \frac{\underline{\hat{p}_-}}{\underline{\hat{p}_+}} = \frac{\underline{Z_{s2}} - \underline{Z_{s1}}}{\underline{Z_{s2}} + \underline{Z_{s1}}} \tag{19}$$

Појава да се комплетан талас рефлектује, тј. да нема прогресивног таласа се назива тотална рефлексија. Тотална рефлексија се успоставља у ситуацијама када импеданса друге средине тежи нули, или када тежи бесконачности. У та два случаја фактор рефлексије узима вредности ±1.

Апсорпција Апсорпција се посматра као „нестанак“ енергије таласа при рефлексији. Ако посматрамо талас који се рефлектује из средине из које је „кренуо“ његова енергија пре рефлексије није иста као и она после рефлексије. Због овога се уводи појам коефицијента апсорпције, као однос интензитета упадног таласа:

$$\alpha = \frac{J_\alpha}{J_+} \tag{20}$$

Енергија упадног таласа једнака је збиру енергија одбијеног таласа и апсорбованог таласа, тј.

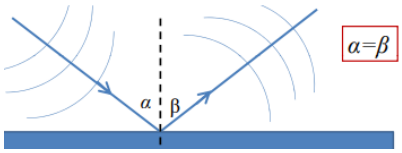
$$J_+ = J_- + J_\alpha$$

Одатле важи

$$J_- = (1 - \alpha)J_+$$

Ова величина је корисна за посматрање звучног поља просторија, али ова величина зависи од разних параметара, од којих је један фреквенција таласа. Код неких материјала променом фреквенције коефицијент апсорпције остаје релативно непромењен, док код других супстанци коефицијент пролази кроз цео опсег вредности. Примера ради масовни зидови имају коефицијент апсорпције 0,02.

Рефлексија таласа под углом Као и код било које таласне појаве поред звука, талас који наилази на површину под неким углом од ње се рефлектује под истим углом, с тим што се интензитет таласа смањује за одговарајући коефицијент апсорпције.

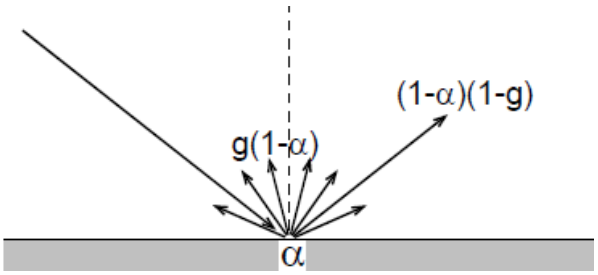


Слика 11: *Одбијање таласа под углом*

Рефлексија од неравних површина У случају да талас наилази на површину која није идеална бесконачна раван, већ површину која има неравнине, долази до усложњавања процеса. Мада, у случају да су димензије површине много мање од таласне дужине таласа, онда се и ова рељефна површина може посматрати као равна. Али ако су димензије и таласна дужина блиске, јавља се расипање енергије, а таква појава се зове дифузна рефлексија. Сада се део енергије понаша по геометријским законима, а остатак се распршава у свим правцима.

Слика 12: *Пример обичне и дифузне рефлексије*

Величина која говори о делу енергије који се распршава се назива коефицијент дифузности рефлексије g. Коефицијент узима вредности од 0 до 1. У случају када је вредност 0 нема дифузије, а ако је g=1 комплетан талас се распрши.



Слика 13: *Приказ дифракционе рефлксије са енргијама таласа*

Вероватноћа за сваки правац при распршивању зависи од односа таласне дужине и димензија површине, као и облика рељефа, а вероватноћа се може представити функцијом $\cos\phi$, где је ϕ угао са нормалом. Појава дифузних рефлексија је изузетно значајна за конструкцију просторија са разним наменама. На пример, за концертне сале и студије желимо да се енергија звука рефлектује једнако у свим правцима. Такав тип конструкција се зове дифузор.

4.2 Дисипација

Дисипација је процес трошења енергије звучног таласа, тј. њено претварање у друге облике. На дисипацију утичу: влажност ваздуха, топлота, вискозност флуида итд. Дисипација представља губитак одређене количине енергије на јединичној вредности пређеног пута, па је интензитет звука након неког пређеног растојања r:

$$J = J_0 e^{-mr}$$

Притом је J_0 почетни интензитет на растојању $r = 0$, док је m коефицијент који првенствено зависи од фреквенције. Ако би смо посматрали процес ширења таласног фронта добијамо израз:

$$J = J_0 \frac{r_0^2}{r^2} e^{-m(r-r_0)}$$

Где је J_0 почетни интензитет на растојању r_0. Ако једначину изразимо преко притиска добијамо:

$$p = p_0 \frac{r_0}{r} e^{-\frac{m}{2}(r-r_0)}$$

Ако промену интензитета посматрамо преко субјективног интензитета звука добијамо:

$$\Delta L = 20 \log \frac{r}{r_0} + 4,34m(r - r_0) \tag{21}$$

Први део суме одређује слабљење звука због ширења таласног фронта, а други део слабљење због дисипације. Уводимо фактор $d = 4,34m$ који називамо коефицијент слабљења нивоа звука.

4.3 Рефракција

Рефракција је савијање таласног фронта због нехомогености средине, а нехомогеност се манифестује са разликом брзине простирања таласа.

Рефракција таласа при промени средине Приликом рефлексије таласа под углом, део таласа који се апсорбује такође мења свој правац кретања, тј. долази до рефракције. Ова појава је последица разликовања брзина са којима се талас простире у различитим срединама. За разлику од претходно поменутих рефракција, у овој ситуацији долази до једне нагле промене правца кретања таласа. За граничну површину важи да су трагови таласних дужина са обе стране једнаки. У овом случају као и у оптици важи Снелов [5] закон: $\frac{c_1}{c_2} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$

Ако талас пада на граничну површину под углом α прелама се под углом β

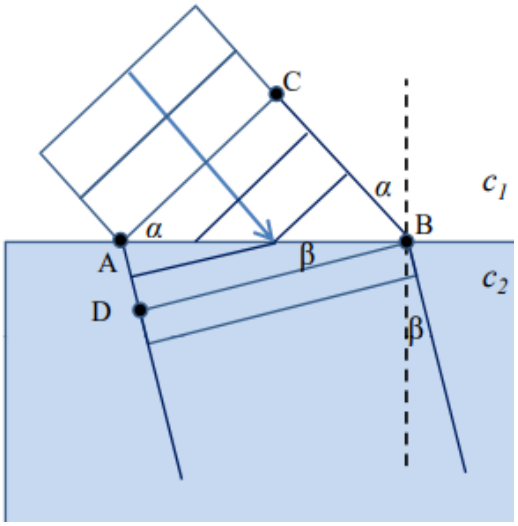
$$t_{AD} = t_{CB}$$

$$\frac{AD}{c_2} = \frac{CB}{c_1}$$

$$\frac{AB\sin\beta}{c_2} = \frac{AB\sin\alpha}{c_1}$$

Закон преламања:

$$\boxed{\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2}}$$

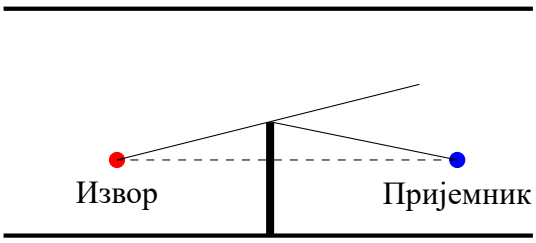


Слика 14: *Рефракција талаца при промени средине*

[5] *Willebrord Snellius (1580 – 1626)* (право презиме *Snell van Royen*) - холандски научник.

4.4 Дифракција

Када талас приликом простирања наиђе на неку препреку, део његове енергије се савија око ивице објекта, тако да део таласа долази иза препреке у област која се зове звучна сенка. Та појава се зове дифракција. Она се објашњава тиме да ивица препреке постаје нови извор звука који ствара нови таласни фронт. Са порастом фреквенције, тј. опадањем таласне дужине са предње стране препреке долази до израженије рефлексије, а иза препреке се ствара израженија звучна сенка. Једна од последица дифракције је слабљење нивоа звука, тако да се она може користити за прављење акустичних баријера којима се, на пример, може контролисати бука.



Слика 15: *Основни принцип како се дифракција користи за контролу буке*

4.5 Доплеров ефекат

Доплеров[6] ефекат представља промену фреквенције коју региструје пријемник, као последицу кретања извора или пријемника.

У случају да извор мирује таласна дужина звука износи $\lambda_0 = \frac{c}{f_0}$.

У случају кретања извора до пријемника стиже звук таласне дужине $\lambda = \frac{c-v_i}{f_0}$. Тада имамо:

$$\frac{f}{f_0} = \frac{\lambda_0}{\lambda} = \frac{c}{c - v_i}$$

тј.

$$f = f_0 \frac{c}{c - v_i} \tag{22}$$

У једначини се узима знак „−“ када се извор приближава, а знак „+“ када се извор удаљава од пријемника.

Када се креће пријемник, а извор мирује, фреквенција коју сада чује пријемник је $f_p = \frac{c+v_p}{\lambda_0}$, а комбиновањем са једначином за λ_0 добијамо:

$$f_p = f_0 \frac{c + v_p}{c} \tag{23}$$

Сада знак „+“ узимамо када се пријемник приближава, а знак „−“ када се удаљава од извора.

Дакле у општем случају Доплеров ефекат има облик:

$$f = f_0 \frac{c \pm v_p}{c \mp v_i} \tag{24}$$

[6] *Christian Andreas Doppler (1803 – 1859)* – аустријски математичар и физичар.

5 Звучно поље у просторијама, модели просторија

Просторију сматрамо ограниченим ваздушним простором. Опште је познато да су та ограничења под, зидови и плафон. Процеси који се дешавају при наиласку звука на те препреке, првенствено рефлексија и апсорпција, су већ описани у претходним поглављима. Посебан проблем који се јавља је субјективни доживљај просторије, јер се оне често користе за уметничке и естетске сврхе, а јасно је да је човеков лични доживљај немогуће представити објективним анализама.

5.1 Акустички одзив просторије

Због поставке проблема просторије на граничним површинама важи $\rho c << Z_s$ Даље, за све тачке ван просторије важи $p(x, y, z) = 0$. Приликом рада извора можемо разликовати две компоненте звука: директну и рефлектовану. Директан талас је онај који прелази најмањи пут од извора до пријемника, а његов интензитет се рачуна по познатим законима и износи:

$$J_d = \frac{P}{4\pi r^2}$$

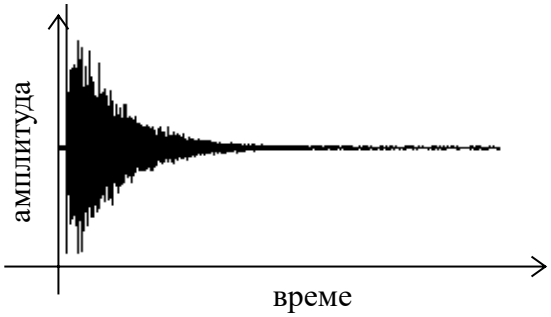
Где је P снага извора, а r растојање на коме се налази пријемик. Рефлектовани звук је сва енергија која стиже до пријемника услед рефлексија од ограничења просторије. За разлику од директног звука, рефлектовани звук стиже с одређеним закашњењем и такође до пријемника долази из свих праваца.

5.2 Импулсни одзив просторије

Импулсни одзив просторије је функција положаја извора и пријемнка, а записује се као $h(r|r_0, t)$. Карактеристика просторија је да се за сваки могући пар тачака извора и пријема појављује разлика у одзиву. Проблем настаје када треба тродимензоналну информацију очувати и пренети преко микрофона да би се анализирала, али како микрофон приказује само енергетски и временски однос звука, губимо просторне компоненте. Чињеница да човек може да разликује правце доласка звука додатно показује проблем микрофона. Међутим, чак и да можемо забележити све параметре звука, немогуће је све их јасно представити дводимензионим приказом. Због свих наведених разлога се звучни одзив приказује као промена звучног притиска по времену у једној тачки, тј. на месту пријемника.

Као што смо рекли прва компонента звука која долази до микрофона је директан звук, па то представља почетак импулсног одзива просторије. С обзиром на то да време које је било потребно директном звуку да дође до пријема није битно, за почетни тренутак се узима тренутак доласка директног звука до микрофона. Наредни елементи одзива представљају све рефлексије које са различитим кашњењима и различитом густином у времену стижу до микрофона. Појава узастопног низа рефлексија се назива реверберација. Реверберација је основна карактеристика звучног поља у просторијама. Пример звучног одзива једне просторије је приказан на слици[7].

[7]Овај импулсни одзив је измерен у Математичкој гимназији

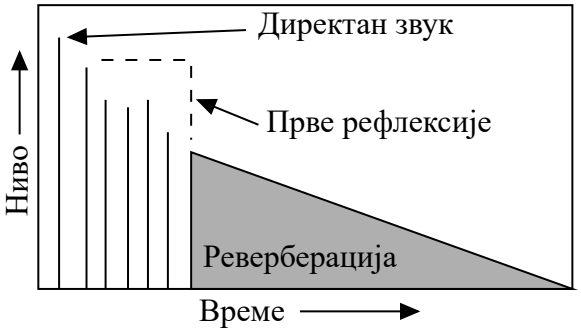


Слика 16: *Пример одзива просторије*

Као што можемо да видимо одзив просторије опада и асимптотски тежи нули, зато што таласи који касније стижу су се више пута рефлектовали, а самим тим и изгубили већи део своје енергије. Енергија звука се такође смањује због ширења таласног фронта, а можемо приметити да је импулсни одзив приближно експоненцијално опада. Импулсни одзив просторије се посматра уз помоћ Дираковог[8] импулса који се субјективно доживљава као пуцањ. Да би се креирао одговарајући импулс могу се користити клапна, петарда, стартни пиштољ, али и могуће је пробушити надуван балон или пљескати рукама. Међутим друге две могућности уклањају константност импулса, тако да се препоручују прве две. Наравно, постоје и комплексније методе за одређивање одзива просторије емитовањем сложених сигнала.

Одзив просторије можемо поделити у 3 дела: директан звук, прве рефлексије и реверберацију.

Са директним звуком смо упознати, прве рефлексије су оне које долазе непосредно после директног звука, а притом су довољно размакнуте да се могу препознати. Прве рефлексије се лако примећују код великих просторија, а теже код малих просторија код којих је разлика у времену стизања звучних таласа изузетно мала. Густина рефлексија се повећава са временом, а када постане довољно велика да не можемо разликовати одвојене рефлексије долазимо до реверберационог дела, који представља експоненцијалну криву, а ако посматрамо субјективну јачину звука, тада тај део представља права. Он се описује нагибом праве који представља брзину опадања јачине и назива се реверберациони нагиб, а изражава се у $\frac{\text{dB}}{\text{s}}$. Он се одређује уз помоћ времена реверберације T, које представља време за које се ниво звука смањи за 60dB. Примера ради, у студијским просторијама оно износи 0,2-0,4 секунде, а у великим халама вредонст времена износи око 10s. Време реверберације мало варира од места до места, али се сматра да целу просторију можемо описати јединственим временом реверберације, које се мења само по фреквенцијама.



Слика 17: *Компоненте импулсног одзива*

[8] *Paul Adrien Maurice Dirac (1902 – 1984)* – енглески физичар, добитник Нобелове награде 1933. године.

Почетно време реверберације је време потребно да интензитет звука опадне за 10dB.

Дефинисаност представља однос ране и укупне енергије унутар просторије. Рана енергија се посматра у периоду од 50ms. Опсег вредности је између 0 и 1, а са већом вредношћу звук је јаснији и разумљивији.

$$D_{50} = \frac{E(0,50)}{E(0,\infty)} = \frac{\int_0^{50ms} p^2(t)\mathrm{d}t}{\int_0^{\infty} p^2(t)\mathrm{d}t} \tag{25}$$

Јасност представља однос ране и касне енергије звука, изражен у децибелима. Рана енергија се сматра за време од почетних 80ms.

$$C_{80} = 10\log\frac{E(0,80)}{E(80,\infty)} \tag{26}$$

За разлику од времена реверберације, јасност и дефинисаност зависе од места пријема, у зонама ближим извору звука ови параметри имају веће вредности.

Speech transmition index (STI) (индекс преноса говора) је објективан физички параметар који говори о разумљивости говора у просторији. Опсег овог параметра је између 0 и 1, а у табели је приказана његова корелација са разумљивошћу говора.

Слично овоме уводи се и величина ***Percentage Articulation Loss of Consonants (% ALC)***, који говори о губитку информација које прима слушалац. Узима вредности од 0 до 100, притом 100 представља максималне губитке, а 0 минималне. Рачуна се по формули:

$$\%ALC = 170.5405e^{-5419(STI)} \tag{27}$$

STI	*Разумљивост*
0.00 - 0.30	Лоша
0.30 - 0.45	Слаба
0.45 - 0.60	Пристојна
0.60 - 0.75	Добра
0.75 - 1.00	Одлична

Табела 1: *Табела корелације разумљивости говора и вредности STI*

5.3 Математички модели звучног поља у просторијама

Приликом израде нове просторије која би имала одређену акустичку примену изузетно је важно унапред знати како она може да се понаша и на основу тога кориговати планове да би се дошло до најбољег могућег производа. За то су потребни математички модели уз помоћ којих можемо да анализирамо постојеће просторе и да их коригујемо, али и да, као што је већ речено, њих употребимо за најбољи могући дизајн просторије која тек треба да буде направљена. Основни математички модели просторија су:

- Статистички модел
- Таласни модел
- Геометријски модел

О сваком од ових модела ће бити речи у наставку.

5.3.1 Статистички модел звучног поља у просторијама

У овом моделу посматрамо извор звука који ради са неком константном снагом P_a. Временом извор таложи енергију у просторији, али она нестаје приликом порцеса рефлексије и дисипације на границама собе. У овој теорији посматрамо баланс стварања и трошења звучне енергије. Да бисмо могли да посматрамо простор овим моделом стање у њему мора бити дифузно и хомогено, тј. да у свакој тачки постора има много различитих таласа са различитим амплитудама и фазама и да су сви правци наиласка таласа једнако вероватни. Ти услови се испуњавају ако је коефицијент апсорпције зидова мали, што у реалним околностима није увек испуњено. У наставку ћемо сматрати да су сви ови услови увек испуњени.

Директан и рефлектован звук Интензитет таласа у једној тачки је сума интензитета свих таласа који долазе у тачку коју посматрамо, тј

$$J = \sum_{i}^{\infty} J_i$$

Где J_i представљају таласе из свих праваца, а како је поље хомогено и дифузно можемо сматрати да таласи долазе из бесконачно много различитих праваца. Због ограничености просторије можемо сматрати да све компоненте имају приближно једнак интензитет, а спрам тога њихова сума не зависи од просторних координата.

На одређеном растојању од извора се интензитети директне и рефлектоване компоненте изједначавају, унутар сфере са овим полупречником и центром у месту извора интензитет директне компоненте је већи од интензитета рефлектованог звука. Ово растојање не зависи од извора, већ је особина просторије и назива се критично растојање.

Динамичка равнотежа просторије Брзина промене енергије, тј. укупна снага у просторији се одређује по закону:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} W = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \iiint E \,\mathrm{d}V = P_a - P_\alpha \tag{28}$$

W је укупна енергија у просторији, E је густина енергије, P_a је снага извора, P_α је снага губитака приликом дисипације. Видимо да прираштај енергије зависи од снаге извора и снаге губитака, што се могло и очекивати. Снага извора је константна, док снага губитака повећава порастом енергије у просторији W. У једном тренутку ће се две снаге изједначити, $P_a = P_\alpha$, па укупна енергија и густина енергије се неће даље мењати. Када се извор угаси, долази до симетричног процеса у коме се смањује енергија у просторији.

Снага дисипације Да бисмо решили једначину динамичке равнотеже потребно је да одредимо снагу дисипације у просторији. Ако посматрамо малу граничну област, површине ΔS, узмимо да је густина енергије на њој $\mathrm{d}E$, а неки талас долази под просторним углом $\mathrm{d}\Omega$. Како је поље хомогено и дифузно важи:

$$\frac{\mathrm{d}E}{E} = \frac{\mathrm{d}\Omega}{4\pi}$$

Где укупна енергија E упада из целог просторног угла полусфере. Просторни угао $\mathrm{d}\Omega$ је део те замишљене полусфере, па је

$$\frac{\mathrm{d}E}{E} = \frac{2\pi r^2 \sin\theta \mathrm{d}\theta}{4\pi r^2} = \frac{\sin\theta \mathrm{d}\theta}{2}$$

Због великог броја рефлексија таласе који погађају површину можемо сматрати равним,

$$\mathrm{d}J = cE$$

$$\frac{\mathrm{d}J}{cE} = \frac{\sin\theta \mathrm{d}\theta}{2}$$

$$\mathrm{d}\Delta P_u = \mathrm{d}J\Delta S\cos\theta = \frac{Ec\Delta S}{2}\sin\theta\cos\theta \mathrm{d}\theta$$

Дакле, за упадну снагу на посматраној површини добијамо:

$$\Delta P_u = \frac{Ec\Delta S}{2}\int_0^{\pi/2}\sin\theta\cos\theta \mathrm{d}\theta = \frac{J}{4}\Delta S$$

На основу добијене вредности упадне енергије можемо одредити апсорбовану снагу:

$$\Delta P_\alpha = \frac{J}{4}\alpha\Delta S$$

Укупна снага дисипације је сума свих снага малих делова

$$P_\alpha = \frac{J}{4}\sum \alpha_i \Delta S_i \tag{29}$$

Видимо да је посматрана сума у изразу површина, па можемо увести нови појам, апсорциона површина просторије, или апсорпција. Најлакши начин да њу посматрамо је да претпоставимо да цела површина просторије има коефицијент апсорпције $\alpha = 0$, а затим на њу делом поставимо површину A са коефицијентом апсорпције $\alpha = 1$, добили бисмо једанку снагу дисипације као и у почетном случају. Сада можемо одредити и израз за средњу вредност коефицијента апсорпције за целу просторију:

$$\overline{\alpha} = \frac{A}{S} = \frac{\sum \alpha_i \Delta S_i}{S} \tag{30}$$

Рефлектовани звук

Како знамо снагу дисипације једначину равнотеже у просторији можемо записати као

$$\frac{dW}{dt} = P_a - P_\alpha = P_a - \frac{EcA}{4}$$

А како је поље хомогено можемо узети да је густина енергије свуда једнака, тј. да $W = EV$, па једначина равнотеже добија облик:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{P_a}{V} - \frac{cA}{4V}E$$

За почетне услове, тј. када је $E = 0$ и $t = 0$, решење диференцијалне једначине има облик

$$E = \frac{4P_a}{cA}(1 - e^{-\frac{cA}{4V}t})$$

Ако овај израз који приказује зависност густине енергије од времена преведемо у интензитет, добићемо:

$$J = \frac{4P_a}{A}(1 - e^{-\frac{cA}{4V}t}) \tag{31}$$

тј.

$$J = J_0(1 - e^{-\frac{cA}{4V}t}) \tag{32}$$

Из једначине видимо да са временом функција тежи максималној вредности J_0. Она се постиже при стационарном стању. Ова максимална вредност износи:

$$J_0 = \frac{4P_a}{A} \tag{33}$$

Дакле, зависи и од извора и од карактериситка просторије, док брзина којом се успоставља звучно поље, $\frac{cA}{4V}$, зависи само од особина просторије.

Реверберација и опадање звука

Ако бисмо посматрали понашање звучног поља приликом искључења извора звука у почетном тренутку, $t = 0$, густина енергије износи $E = E_0$, решење диференцијалне једначине је:

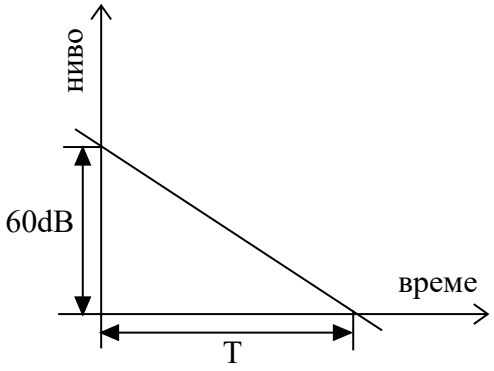
$$E = E_0 e^{-\frac{cA}{4V}t}$$

однсно за интензитет

$$J = J_0 e^{-\frac{cA}{4V}t}$$

Сада можемо одредити и време реверберације. Опадање нивоа звука за 60dB је еквивалентно смањењу густине енергије на 10^{-6} део почетне вредности, па ако у једначину опадања густине енергије ставимо да је $t = T$ и $E(T) = 10^{-6}E_0$, време реверберације износи:

$$T = \frac{0,163V}{A} \tag{34}$$



Слика 18: *Време реверберације*

Овај израз је Сабинова формула, а представља и најпознатију формулу у акустици просторија. Из формуле можемо закључити да време реверберације не зависи од извора звука, већ само од особина просторије и због тога је основни параметар за описивање просторије. Уз помоћ времена реверберације се може одредити апсорпција, тако што се још измери запремина просторије.

5.3.2 Таласни и геометријски модел просторија

Мана статистичког модела просторије је то да нам само говори о реверберацији, а не о детаљима о самом одзиву просторије. Због тога су нам значајни геометријски и таласни модели просторија. Таласни модел моделује звучно поље у просторији на основу таласне природе звука. Геометријски модел предвиђа карактеристике импулсног одзива на основу положаја извора и пријемника.

Таласни модел

У основи таласног модела је решавање таласне једначине у три димензије:

$$\overline{V}^2 p + k^2 p = 0 \tag{35}$$

Да би било могуће решити ову једначину потребно је увести граничне услове, а сва решења једначине за константу k, која нису 0 су у дискретном скупу. Свака од фреквенција која је еквивалент одговарајућој константи се назива сопствена фреквенција просторије. Ових фреквенција има бесконачно, а низ почиње од најниже и наставља се у бесконачност. Решења једначине се приказују као $p_n(\overrightarrow{r})$, или $p_n(x, y, z)$, где је n ред фреквенције.

Посматрајмо најједноставнији случај просторије, паралелопипедног облика са странама паралелним координатним равнима и једним теменом у координатном почетку. Раније је речено да је основни услов за резонацију понављање путања звука, а у просторији резонанце настају на 3 начина, у виду:

- Аксијалних резонанци
- Површинских резонанци
- Просторних резонанци

Аксијалне резонанце се јављају понављањем звучне путање између две наспрамне паралелне површи. Код површинских резонанци кретање звука се описује са две координате, а код просторних учествују свих 6 страна просторије и описују се са 3 координате. Још један услов који треба да уведемо је да су импедансе граничних површина бесконачне, зато што се тада лако долази до решења таласне једначине за паралелопипедну просторију:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + k^2 p = 0 \tag{36}$$

У случају идеалне просторије коју посматрамо, решење можемо разложити на факторе тако да сваки зависи само од једне координате.

$$p(x, y, z) = p_1(x)p_2(y)p_3(z)$$

Сада можемо одвојено решавати једначине за сваки правац, које имају облик

$$\frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2} + k_x^2 p_1 = 0 \tag{37}$$

Гранични услов је:

$$\frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2} = 0$$

за $x = 0$ и $x = L_x$, па ова једначина има решење

$$p_1(x) = A_1 \cos(k_x x) + B_1 \sin(k_x x)$$

Константе се налазе из граничних услова:
Како је за $x = 0$ извод једнак нули онда $B_1 = 0$, а да би извод био 0 за $x = L_x$ мора бити

$$\cos(k_x L_x) = \pm 1$$

Да би услов био испуњен, k_x има облик

$$k_x = \frac{n_x \pi}{L_x}$$

Пошто посматрамо правоугли координатни систем укупан коефицијент има вредност:

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$$

Па је,

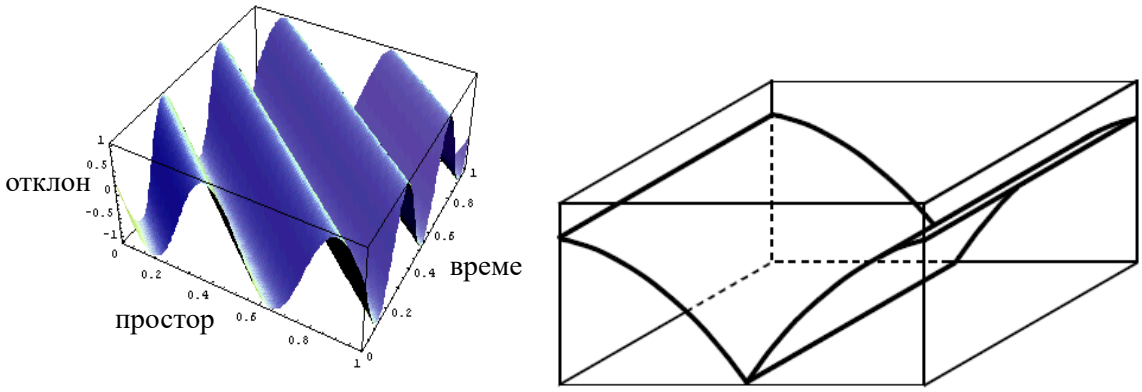
$$k = \pi \sqrt{\left(\frac{n_x}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{L_z}\right)^2} \tag{38}$$

А фреквенција

$$\nu_N = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{n_x}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{L_z}\right)^2} \tag{39}$$

Где је N комбинација тројки n_x, n_y, n_z. Приликом успостављања резонантне фреквенције у просторији у њој притисак има расподелу као код стојећих таласа. Дакле, у овом моделу се, за разлику

од статистичког, посматрају резонанце које статистичка теорија занемарује због претпоставке о сталном интензитету звука.



(а) *Равански талас* ***(б)*** *Ивични талас*

Слика 19: *Стојећи таласи у простиријама*

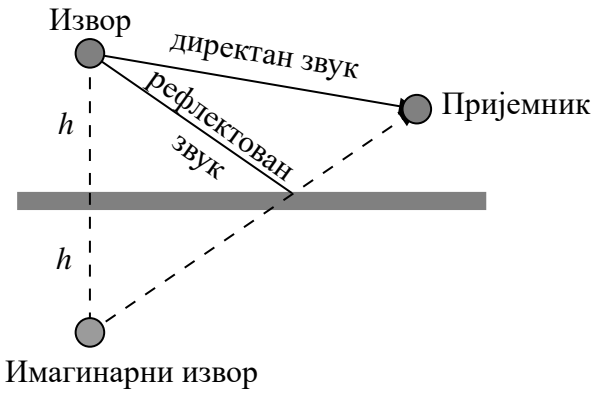
Како је већ речено, фреквенције почињу од најниже, оне одређене највећом димензијом, и настављају се у бесконачност. Међутим, са порастом фреквенције долази и до повећања њихове згуснутости. Интервал од најмање фреквенције до границе на којој густина постаје велика се назива критични опсег и у њему се могу приметити ефекти стојећих таласа. На основу одзива просторије видимо да се минимуми јављају када су пријемник или извор у минимуму стојећег таласа, а максимуми када је бар један од њих у трбуху стојећег таласа.

Геометријски модел

Овај модел звук посматра слично како се и светлост посматра у геометријској оптици. У овом моделу звук посматрамо као звучне зраке, по аналогији са светлосним зрацима, па ограничења која произилазе из ове претпоставке су да се „зраци“ простиру искључиво праволинијски, тј. занемарује се дифракција и при сабирању таласа фазе се занемарују и посматра се само енергија зрака. Овакве претпоставке важе за звучне таласе са малим таласним дужинама, тј. са високим фреквенцијама. На основу ових претпоставки уводимо две методе моделовања: метода ликова и *„ray tracing“* метода.

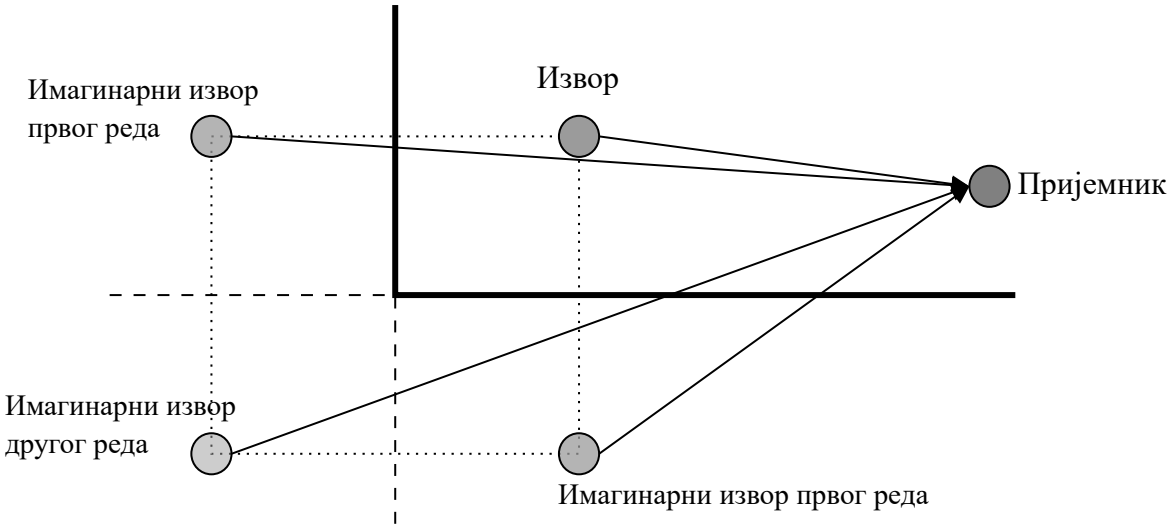
Метода ликова

Приликом простирања звучног зрака до пријемника долази директан звук и рефлектован звук. Рефлектован звук можемо геометријски посматрати као још један директан зрак који долази из имагинарног извора као на *слици 20*. Ако узмемо у обзир задата ограничења интензитет звука у тачки пријемника се добија енергетским сабирањем ових зрака.



Слика 20: *Једноставан пример методе ликова*

Интензитет зависи од дужине пута зрака, због простирања таласног фронта, али и од коефицијента дифузности и губитака при рефлексији за рефлектован талас. Због реалних особина просторије постоји бар шест рефлексионих равни (у случају паралелопипедне просторије). Због тога може доћи и до вишеструких рефлексија зрака пре доласка до пријемника. Да бисмо то посматрали приказаћемо објашњење за случај две рефлексионе равни. Тада до пријемника долази директан зрак, по један зрак рефлектован од сваке површине, али и један који се рефлектује од обе. Тај зрак такође можемо представити имагинарним извором, као што је приказано на *слици 21*.



Слика 21: *Метод ликова показан за две равни рефлексије*

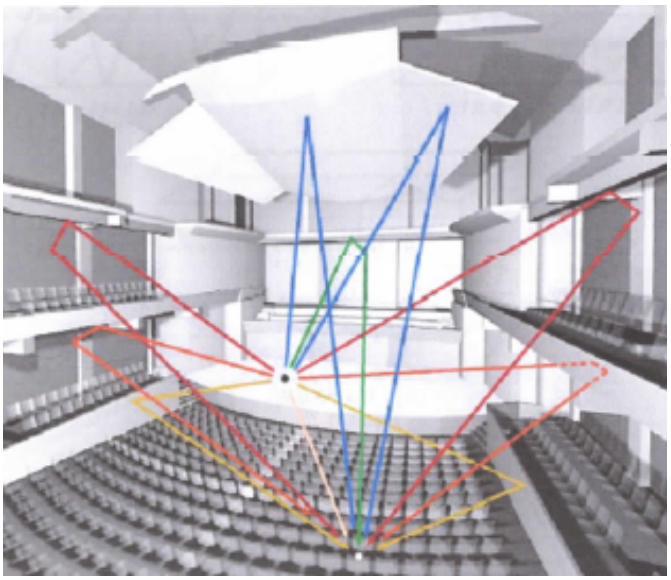
Извор тог зрака је виртуелни извор другог реда, а виртуелни извори који „репродукују“ зраке који се једном рефлектују су примарни. Сада ако генеришемо звучни импулс, у импулсном одзиву ће бити приказане временске разлике (кашњења) и разлике интензитета компоненти звука. Због тога је геометријски модел изузетно значајан, међутим у случајевима просторија сложенијег облика овакав приказ за све редове рефлектованих звукова може бити много компликован, па се тада узима само првих неколико редова рефлексије.

Ray tracing

Код овог модела се просторија моделује тако што се пушта велики број зрака равномерно у свим правцима, а након тога се посматра њихово кретање. За овај модел су битне граничне површине које морају бити равне, или барем бити пресдтављене равним површима. Затим се свакој од површина приписује складна вредност коефицијената апсорпције и дифузности рефлексија. У симулацији просторије се пуштају зраци и за сваки зрак после сваке рефлексије одређују нова енергија и интензитет док они не постану мањи од задате границе са којом одређујемо прецизност, а тада се занемарују. Још један параметар који одређује прецизност мерења је број пуштених зрака, чији ред величине варира од неколиок хиљада до пар стотина хиљада. Приликом ових симулација за пријемнике се не узимају тачке, већ сфере, јер на тај начин већи број зрака стиже до пријемника. За сваки талас који дође до сфере бележе се правац доласка, време кашњења и енергија. Сабирањем свих погодака добија се апроксимација импулсног одзива просторије:

$$h(t) = \sum_{n} A_n \delta(t - t_n) \tag{40}$$

Где су A_n и t_n релативна амплитуда и релативно кашњење. Поред задатих лимита, још један фактор који умањује прецизност овог модела је и чињеница да су занемарене све дифракције које усложњавају понашање таласа. Без обзира на то овај модел има изузетну вредност, због могућности предвиђања одзива просторије, па самим тим изузетно утиче на пројектовање просторија.



Слика 22: *Модел просторије направљен „ray tracing“ методом*

6 Мерење и анализа свечане сале у Математичкој гимназији

Свечана сала Математичке гимназије представља простор који се првенствено користи за одржавање разних предавања и свечаности. По облику и величини се такође може користити и као сала за предавања, манифестације засноване на комуникацији говором, али и за мање концертне намере. На основу потреба за коришћење можемо на различите начине посматрамо и вреднујемо акустичке карактеристике. У свечаној сали доминирају материјали са јако малим коефицијентом апсорпције. Столице такође имају малу апсорцију због непрозирног материјала којим су пресвучене. Касетирана таваница доприноси дифузности звука, која је изузетно погодна за музичке употребе. Мало растојање између првих редова и позиције извора звука (говорника) утиче на смањење односа директног и рефлектованог звука, што додатно смањује разумљивост говора.

Ако одаберемо да салу посматрамо као просторију која се користи за говор као средство изражавања, главни аспект који се разматра је разумљивост говора и неопходна гласност. Разумљивост говора је повезана са временом реверберације, док је гласност у корелацији са енергијом и густином првих рефлексија.

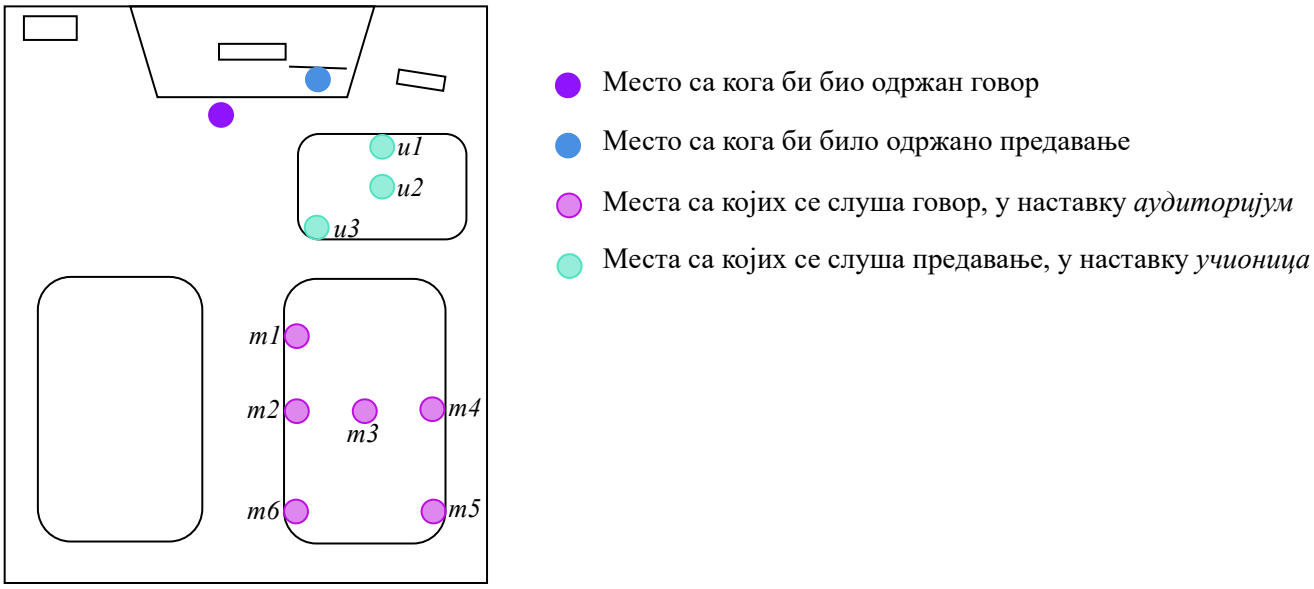
Простори који су намењени за музичке садржаје оцењују се првенствено у домену естетичке звучне слике. За објективну анализу квалитета користи се више параметара од којих се узимају време реверберације, јасност, почетни временски џеп, индекс бинауралног квалитета итд.

Слика 23: *Свечана сала Математичке гимназије*

Мерење иммпулсног одзива

Мерење импулсног одзива подразумева мерења одзива на импулсну побуду. Мерење импулсног одзива може се вршити директном и индиректним методама. Под директном методом подразумева се побуђивање просторије кратким и јаким звучним импулсом. За такве намене користи се клапна, стартни пиштољ, петарда, бушење балона и сл. Индиректне методе подразумевају употребу звучника који емитују широкопојасне шумове типа *MLS* секвенци (бели шум са случајним тренутним вредностима амплитуда које су генерисане као секвенце максималне дужине) и *sweep* сигнала. *Sweep* сигнал који је коришћен у раду је сигнал синусоиде са константном амплитудом којој се у континуитету мења фреквенција по линераној или експоненцијалној зависности. Импулсна побуда у практичном случају значи једна кратак импулс довољно велике енергије. Импулсни одзив увек је везан за позицију две тачке, места побуде и места пријема. Импулсни одзив се накнадно издваја на бази корелације између побуђеног и примљеног сигнала.

Приликом мерења акустичког одзива коришћени су неусмерени извор, који емитује спектар фреквенција од 35 Hz до 16000 Hz и клапна, постављени на две позиције: позиција на којој се држи говор и позиција испред табле, где се одвија предавање. За пријем звука коришћен је микрофон који је постављен на девет различитих позиција. За прикупљање и обраду података је коришћени су микрофон и софтвер *Dirac*, који су повезани тако да се са рачунара контролише извор звука, а такође се бележе и информације које добија микрофон. На *слици 24* је поједностављена скица просторије са обележеним местима на којима су обављана мерења.



Слика 24: *Шематски приказ просторије са назначеним местима мерења*

Сва коришћена опрема и начин како је повезана приказани су на сликама.

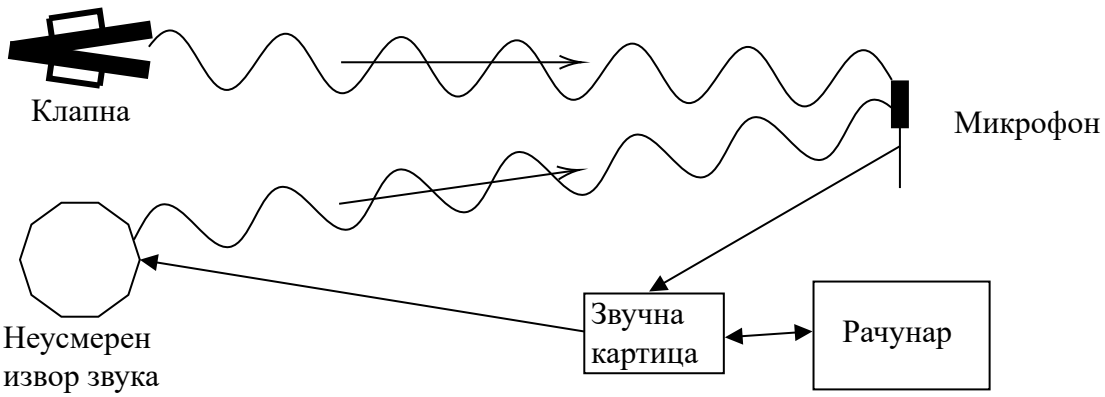
(а) *Рачунар са звучном картицом*

(б) *Микрофон*

(в) *Неусмерен извор*

(г) *Клапна*

Слика 25: *Коришћена опрема*



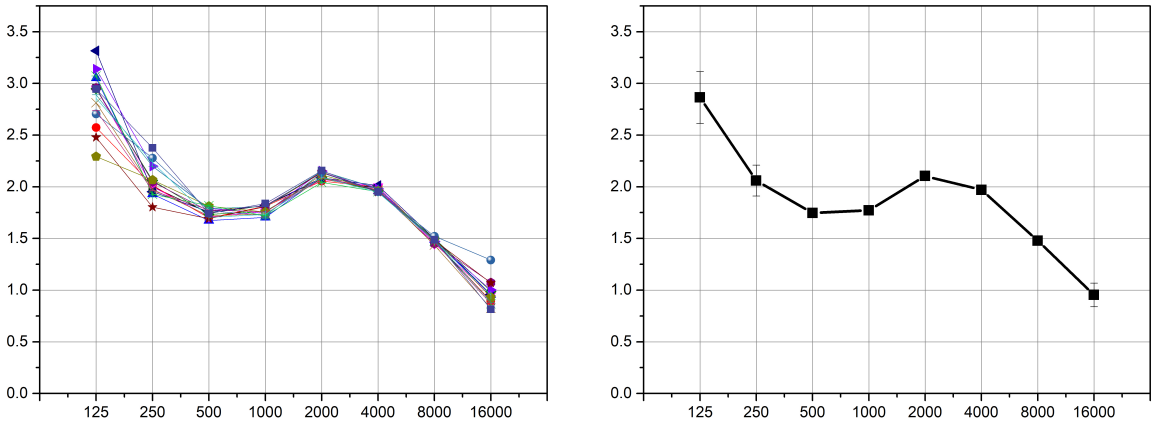
Слика 26: *Шема повезивања опреме*

Време реверберације

Први параметар који је посматран је време реверберације. Измерени подаци се налазе у табели[9][10], а приказани су на два графика: на левом су приказана сва мерења, а на десном средња вредност са стандардним девијацијама.

Фреквенција[Hz]	125	250	500	1000	2000	4000	8000	16000
m1/sw	3.139	2.200	1.790	1.749	2.153	1.980	1.471	1.002
m1/kl	2.957	2.001	1.747	1.820	2.074	1.985	1.468	0.896
m2/sw	2.956	2.048	1.766	1.818	2.141	1.957	1.450	1.073
m2/kl	2.573	2.014	1.699	1.812	2.055	1.998	1.479	0.894
m3/sw	2.479	1.803	1.691	1.809	2.138	1.948	1.483	1.070
m3/kl	3.052	1.929	1.673	1.704	2.095	1.957	1.487	0.957
m4/sw	2.293	2.066	1.812	1.757	2.116	1.961	1.495	0.932
m4/kl	2.950	2.001	1.711	1.760	2.072	2.002	1.450	0.952
m5/sw	2.704	2.278	1.769	1.722	2.136	1.952	1.522	1.291
m5/kl	2.948	2.061	1.733	1.763	2.088	1.960	1.501	0.989
m6/sw	2.890	2.197	1.788	1.808	2.150	1.985	1.484	0.882
m6/kl	3.316	1.952	1.758	1.819	2.087	2.012	1.499	0.958
u1/kl	2.814	1.975	1.719	1.738	2.080	1.973	1.435	0.825
u2/sw	2.857	2.235	1.704	1.732	2.092	1.946	1.479	0.953
u2/kl	3.073	1.927	1.817	1.721	2.042	1.952	1.474	0.868
u3/sw	2.945	2.376	1.741	1.838	2.156	1.952	1.487	0.815
u3/kl	2.739	1.963	1.776	1.757	2.093	1.971	1.468	0.868

Табела 2: *Табела вредности времена реверберације по фреквенцијама*



(а) *Све вредности* ***(б)*** *Средња вредност*

Слика 27: *Време реверберације*

[9]Време реверберације у табели и на графцима је изражено у секундама.

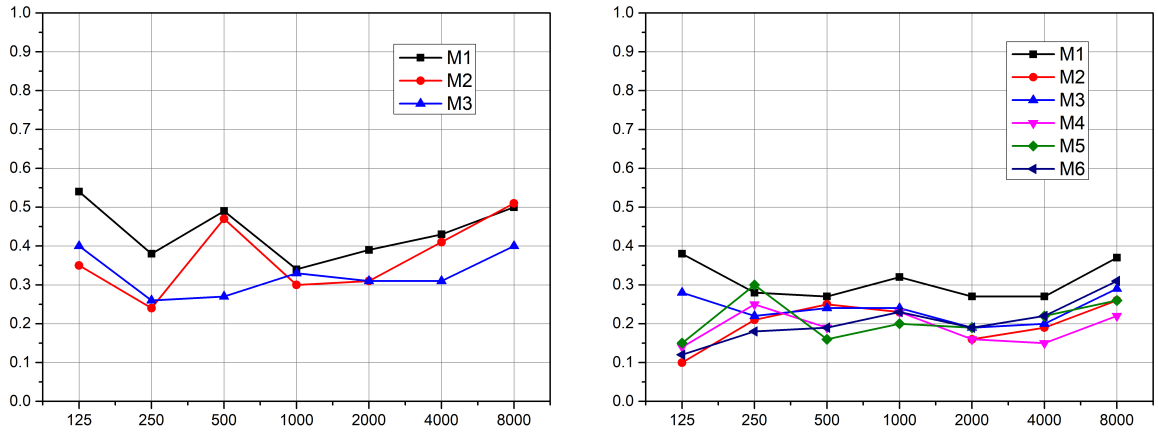
[10]Са *kl* су означена мерења за које је извор звука била клапна, док се са *sw* означена мерења код којих је коришћен неусмерен извор звука, што важи за све табеле.

Дефинисаност

На графицима[11] су приказане измерене вредности параметара.

Фреквенција[Hz]	125	250	500	1000	2000	4000	8000
m1/sw	0.38	0.28	0.27	0.32	0.27	0.27	0.37
m1/kl	0.36	0.33	0.31	0.39	0.32	0.30	0.47
m2/sw	0.10	0.21	0.25	0.23	0.16	0.19	0.26
m2/kl	0.16	0.24	0.14	0.34	0.17	0.17	0.28
m3/sw	0.28	0.22	0.24	0.24	0.19	0.20	0.29
m3/kl	0.20	0.32	0.19	0.30	0.17	0.19	0.28
m4/sw	0.14	0.25	0.19	0.23	0.16	0.15	0.22
m4/kl	0.18	0.19	0.20	0.26	0.14	0.18	0.29
m5/sw	0.15	0.30	0.16	0.20	0.19	0.22	0.26
m5/kl	0.17	0.20	0.14	0.18	0.20	0.29	0.31
m6/sw	0.12	0.18	0.19	0.23	0.19	0.22	0.31
m6/kl	0.23	0.19	0.16	0.25	0.18	0.25	0.35
u1/kl	0.54	0.38	0.49	0.34	0.39	0.43	0.50
u2/sw	0.49	0.17	0.35	0.43	0.32	0.31	0.46
u2/kl	0.35	0.24	0.47	0.30	0.31	0.41	0.51
u3/sw	0.49	0.26	0.33	0.41	0.29	0.31	0.44
u3/kl	0.40	0.26	0.27	0.33	0.31	0.31	0.40

Табела 3: *Табела са измереним вредностима параметра* D_{50}



(а) *Учионица* ***(б)*** *Аудиторијум*

Слика 28: *Графици дефинисаности у зависности од фреквенције*

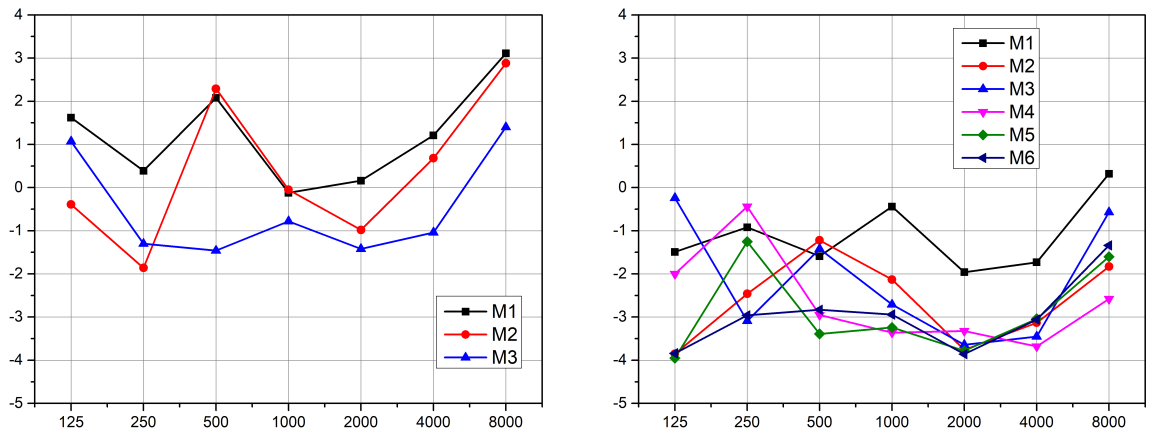
[11]Приказана мерења у аудиторијуму су вршена коришћењем *sweep* сигнала, а мерења у учионици су обављена са клапном

Јасност

У табели и на графицима[12] су приказане вредности јасности[13] у просторији.

Фреквенција[Hz]	125	250	500	1000	2000	4000	8000
m1/sw	-1.49	-0.92	-1.59	-0.44	-1.96	-1.73	0.32
m1/kl	-1.86	-0.68	-2.04	-0.62	-1.19	-0.81	2.03
m2/sw	-3.85	-2.46	-1.22	-2.13	-3.76	-3.13	-1.83
m2/kl	-3.59	-1.68	-0.95	-0.36	-3.22	-3.74	-1.05
m3/sw	-0.24	-3.09	-1.42	-2.71	-3.64	-3.45	-0.57
m3/kl	-3.73	-1.57	-3.58	-1.05	-4.60	-3.29	-0.75
m4/sw	-2.00	-0.44	-2.95	-3.36	-3.32	-3.68	-2.58
m4/kl	-3.45	-2.59	-3.31	-2.08	-4.37	-3.45	-1.20
m5/sw	-3.95	-1.25	-3.39	-3.24	-3.78	-3.04	-1.60
m5/kl	-5.26	-3.40	-2.34	-2.78	-3.66	-1.60	-0.31
m6/sw	-3.84	-2.96	-2.83	-2.94	-3.86	-3.06	-1.34
m6/kl	-3.46	-2.02	-1.46	-2.18	-3.31	-2.22	0.00
u1/kl	1.62	0.39	2.08	-0.12	0.16	1.21	3.11
u2/sw	0.45	-1.76	0.00	1.44	-0.89	-0.90	2.10
u2/kl	-0.39	-1.86	2.29	-0.05	-0.98	0.68	2.88
u3/sw	0.25	-2.19	-0.36	0.07	-1.40	-0.79	1.26
u3/kl	1.07	-1.30	-1.46	-0.78	-1.42	-1.04	1.40

Табела 4: *Табела са измереним вредностима параметра* C_{80}



(а) *Учионица* ***(б)*** *Аудиторијум*

Слика 29: *Графици зависности јасности од фреквенције*

[12]Приказана мерења у аудиторијуму су вршена коришћењем *sweep* сигнала, а мерења у учионици су обављена са клапном.

[13]Јасност је у табели и на графицима изражена у децибелима.

Speech Transmition Index* и *Percentage Articulation Loss of Consonants

Вредности параметара *STI* и *% ALC* су приказане у табели.

	STI (женски)	%ALC (женски)	STI (мушки)	%ALC (мушки)
m1/sw	0.45 (Слаб)	15.3	0.44 (Слаб)	15.3
m1/kl	0.47 (Пристојан)	13.2	0.47 (Пристојан)	13.4
m2/sw	0.42 (Слаб)	17.8	0.42 (Слаб)	17.8
m2/kl	0.43 (Слаб)	16.5	0.43 (Слаб)	16.5
m3/sw	0.42 (Слаб)	17.8	0.42 (Слаб)	17.6
m3/kl	0.41 (Слаб)	18.6	0.41 (Слаб)	18.8
m4/sw	0.41 (Слаб)	18.6	0.41 (Слаб)	18.4
m4/kl	0.40 (Слаб)	19.2	0.40 (Слаб)	19.3
m5/sw	0.41 (Слаб)	19.0	0.40 (Слаб)	19.3
m5/kl	0.42 (Слаб)	17.4	0.42 (Слаб)	17.9
m6/sw	0.42 (Слаб)	17.8	0.42 (Слаб)	17.9
m6/kl	0.43 (Слаб)	16.9	0.42 (Слаб)	17.3
u1/kl	0.51 (Пристојан)	11.0	0.51 (Пристојан)	11.0
u2/sw	0.48 (Пристојан)	13.0	0.48 (Пристојан)	12.8
u2/kl	0.48 (Пристојан)	12.4	0.48 (Пристојан)	12.4
u3/sw	0.47 (Пристојан)	13.4	0.47 (Пристојан)	13.3
u3/kl	0.46 (Пристојан)	14.0	0.46 (Пристојан)	14.2

Табела 5: *Табела са вредностима параметара STI и % ALC за женске и мушке гласове*

Анализа

По добијеним вредностима параметара C_{80}, D_{50}, STI и $\%ALC$ можемо закључити да се говор много јасније чује у *учионици* него у *аудиторијуму*. Такође, ове вредности потврђују претходне претпоставке о квалитету звука, добијене на основу искуства. На основу добијених података о времену реверберације, које је изузетно велико. можемо приметити да сала може бити коришћена за одржавање концерата. Време реверберације износи око 2 секунде, а оптимална вредност за просторију ове величине је око 0,8 до 1 секунде. Да би се повећала разумљивост говора потребно је повећати вредности параметара D_{50} и C_{80}, што се постиже повећањем густине и енергије почетног дела импулсног одзива.

Измене у просторији које за последицу имају побољшање квалитета звука се постижу акустичким дизајном. Акустички дизајн простора се односи на интервенције у ентеријеру просторија, материјализацији унутрашњих површина. Неки од алата који се користе су апсорционе конструкције и материјали, дифузни елементи и рефлексионе површине. Коришћењем апсорционих материјала се подешава оптимална вредност времена реверберације, док се рефлексионим и дифузним елементима коригује структура рефлектоване енергије.

7 Закључак

Као што смо могли да уочимо акустика просторија је област физике која се првенствено ослања на субјективни осећај појединца, али такође постоји неколико различитих начина, модела помоћу којих је могуће објективно анализирати простор у коме се простире звук. Ова грана науке има изузетно широку примену у разним областима, али она најважнија је при изради просторија које се користе као концертне хале, дворане, позоришта и сл.

Уз чињеницу да на рад ове науке утичу многи субјективни осећаји јасно је да је акустика просторија повезана са многим другим наукама које се баве човеком, првенствено биологија (због познавања како функционише људски слух) и психологија (посебно психолошка акустика, ради разумевања како особа доживљава нервне импулсе који стижу као надражаји из слушних органа).

Кључ за развој ове науке је напредовање рачунара, првенствено због немогућности за добијање савршених решења која представљају модел једне просторије. Рачунари су олакшали нумеричко решавање једначина којима се описују просторије, а самим тим убрзали поступак и повећали прецизност решења. Неки од програма који су развијени са овим циљем су: *Dirac*, *Odeon*, *REW* и многи други.

Све већом и детаљнијом применом метода које смо прошли, стварају се просторије које пружају бољи доживљај, првенствено при слушању, па и свеукупном искуству које се ствара приликом одласка на концерт, посете позоришту, или било чему другом за шта је најважнија сатисфакција при слушном доживљају.

Својим напредовањем, наука је омогућила репродукцију већ снимљеног звука у условима новодизајнираних или моделованих просторија применом конволуције. Дакле, не само да је могуће предвидети понашање просторије на основу објективних параметара, већ је омогућено и чути разлику сопственим ухом, што омогућава далеко лакшу и ширу примену свих до сада приказаних метода и параметара.

Поставља се питање шта ће све још бити омогућено коеволуцијом ове науке и рачунара у не тако далекој будућности, а одговор на ово питање можемо само да наслућујемо и надамо се да ће за последицу имати све лепша и боља сећања на посете предавањима, позориштима и концертима у неким новим, бољим просторијама које ће у међувремену настати.

Литература

[1] Драгана Шумарац Павловић, Миомир Мијић ***Електроакустика***, Електротехнички факултет у Београду, 2017.

[2] Драгана Шумарац Павловић ***Утицај геометријских карактеристика просторије на њен акустички одзив***, Електротехнички факултет у Београду.

[3] Драгана Шумарац Павловић, ***Акустика просторија***, Факултет драмских уметности, 2020.

[4] Драгана Шумарац Павловић, ***Практикум из акустике просторија***, 2013.

[5] Наташа Чалуковић ***Физика 3***, Круг, Београд 2011.

[6] Зоран Каделбург, Владимир Мићић, Срђан Огњановић ***Анализа Са Алгебром 4***, Круг, Београд 2016.

[7] Charles G. Torre ***The Wave Equation in 3 Dimensions***, Department of Physics, Utah State University, digitalcommons.usu.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1009&context=foundation_wave, Приступљено јануара 2020. године

[8] Виолета Стојановић, Зоран Миливојевић, Зоран Величковић ***Одређивање оптималних параметара времена реверберације у октагонској просторији помоћу статистичке анализе***, Висока техинчка школа струковних студија, Ниш.

[9] Зоран Алексић ***Акустика просторија***, Природно-математички факултет, департман за физику, Нови Сад, 2007.

[10] https://nastava.sf.bg.ac.rs/file.php/7/Cvetanovic/P9.pdf, Приступљено 8. марта 2020. године

[11] https://www.znrfak.ni.ac.rs/serbian/010-STUDIJE/OAS-4-1/IV%20GODINA/PREDMETI/ZZS-417-BUKA%20U%20ZIVOTNOJ%20SREDINI/PREDAVANJA/2.%20Oblici%20zvucnih%20talasa.pdf, Приступљено фебруара 2020. године

[12] cab.uns.ac.rs/PPLectures/20-December-2018_0-00-00_Fizichka%20akustika_10/40860438_page_17.pdf, Приступљено 17. марта 2020. године