

## Сениори. Дан 2.

13. март

5. Дати су реални бројеви  $a, b, c$ . У Декартовом координатном систему дате су три праве чије су једначине  $y = ax + b$ ,  $y = bx + c$ ,  $y = cx + a$ . Познато је да се две од тих правих секу у тачки чија је  $x$ -координата једнака 1. Доказати да трећа права пролази кроз неку тачку чије су обе координате (и  $x$ , и  $y$ ) цели бројеви.
6. Кимија бира природне бројеве  $a$  и  $b$ , а затим записује природне бројеве 1, 2, 3, ..., 2024 у таквом редоследу да за сваки пар суседних бројева важи бар један од следећих услова:
- (1) њихов збир је једнак  $a$ ;
  - (2) њихова разлика (ако се од већег броја одузме мањи) је једнака  $b$ .
- Наћи све могуће вредности  $b$ .
7. Рећи ћемо да је коначан скуп  $A$  неких реалних бројева *значајан* ако се за свака два различита броја из  $A$  може наћи трећи број из  $A$  тако да је један од та три броја једнак аритметичкој средини двају преосталих. За које највеће  $n$  постоји значајан скуп од  $n$  бројева?
8. Дат је троугао  $ABC$ . Нека је  $X$  променљива тачка дужи  $AC$ . Нека уписана кружница троугла  $ABX$  додирује дужи  $AX$  и  $BX$  у тачкама  $K$  и  $P$  редом, а уписана кружница троугла  $CBX$  додирује дужи  $CX$  и  $BX$  у тачкама  $L$  и  $Q$  редом. Наћи геометријско место тачака пресека правих  $KP$  и  $LQ$ .