



2025.

Друштво физичара Србије и
Министарство просвете Републике Србије

20.05.2025.
Београд

ЗАДАТАК- мисаони експеримент

Задатак 4. [25п] Пазиинии! Иде бооооб!

Боб санка, једносед, излеће великом брзином из кривине на боб стази и наилази на равни део стазе, који се може сматрати као стрма раван нагибног угла 30° . Пошто после овог равног дела наилази јака кривина, пилот боба мора на овом делу добро да успори. Кочење врши тако што спушта једну плочу на лед и на њега примењује сву тежину болида са пилотом. Коефицијент трења плоче са ледом је μ . У болид је постављена мерна опрема, која у веома малим корацима од $0,1\text{ s}$ одређује положај болида и брзину струјања ваздуха у односу на болид. За нулти положај је одабрано време када пилот започиње кочење и

резултати су дати у Табели 1. Све док се болид кретао на овом равном делу стазе у чело болида дува сталан ветар брзине u . Познато је из аеродинамике да је сила отпора средине F_D , са којом ваздух, који се креће брзином v у односу на тело, делује на њу насупрот кретању, је сразмерна са чеоном површином S (површина попречног пресека нормално на правац кретања тела) и такође зависи од облика тела, коју карактерише коефицијент облика C (такозвани коефицијент повлачења). Сила отпора се може израчунати према формули

$$F_D = \frac{1}{2} C \rho_o S v^2,$$

где је ρ_o густина средине. Чеона површина болида са главом пилота је $S = 1,22\text{ m}^2$, густина ваздуха изнад скијашке стазе је $\rho_o = 1,31\text{ kg/m}^3$. Маса болида заједно са пилотом је био 220 kg .



Табела 1. Резултати мерења

Број мерења	положај [m]	брзина [m/s]
1	0,00	40,000
2	2,38	39,165
3	4,67	38,358
4	6,89	37,577
5	9,04	36,822
6	11,11	36,091
7	13,12	35,382
8	15,05	34,695
9	16,92	34,028
10	18,73	33,381

А. [6п] Одредите брзину струјања ваздуха изнад стазе u .

Б. [10п] Написати једначину кретања болида и извршити замену параметара (тј. линеаризацију) да би се на основу линеарне зависности могли одредити коефицијент трења μ и коефицијент повлачења C . Јасно наведите који су нови параметри зависности и израчунајте их. Резултате приказати табеларно.

В. [9п] Нацртати зависност нових параметара и из графика одредити коефицијенте линеарне зависности. На основу ових коефицијента одредите тражене параметре (μ и C).

Напомена: Грешке рачунати само код коефицијената који се добију из графика, као и величина која се рачунају из истих. За убрзање силе земљине теже узети $g = 9.81\text{ m/s}^2$.



2025.

Друштво физичара Србије и
Министарство просвете Републике Србије

20.05.2025.
Београд

ЗАДАТАК- мисаони експеримент

РЕШЕЊЕ

А. [6п] Пошто се болид креће брзином v према стази, а ветар дува контра брзином u у односу на стазу, укупна брзина ветра у односу на болид је $v + u$, и то мери инструмент **[0.2п]**. Брзина кретања болида у односу на стазу се може одредити на основу промене положаја. Како су временски интервали између мерења кратки, сматра се да је брзина на том кратком делу константна, те се може одредити као промена положаја за протекло време, тј.

$$v_N = \frac{x_N - x_{N-1}}{\Delta t} \text{ [0.8п]}$$

Резултати се налазе у Табели 1.

Табела 1. Приказ брзина

Број мерења	x [m]	$v + u$ [m/s]	v [9x0.4п] [m/s]	u [9x0.1п] [m/s]
1	0,00	40,000		
2	2,38	39,165	23,761	15,404
3	4,67	38,358	22,968	15,390
4	6,89	37,577	22,200	15,378
5	9,04	36,822	21,456	15,366
6	11,11	36,091	20,736	15,354
7	13,12	35,382	20,038	15,344
8	15,05	34,695	19,361	15,333
9	16,92	34,028	18,704	15,324
10	18,73	33,381	18,066	15,314

Из Табеле се види да је брзина дувања ветра $u = 15.356 \text{ m/s}$ **[0.5п]**. Мада се није рачунала грешка, али се брзина ветра заокружује на исто место као мерење брзиномаера.

Напомена: Уколико је ученик рачунао брзину са предњим разликама пута, а не са задњим како је дато у решењу, ученику се у потпуности признаје решење.

Б. [10] Једначина транслаторног кретања за овакав случај је

$$ma = \frac{1}{2}mg - \frac{\sqrt{3}}{2}\mu mg - \frac{1}{2}C\rho_0 S(v+u)^2 = \frac{1-\sqrt{3}\mu}{2}mg - \frac{1}{2}C\rho_0 S(v+u)^2 \text{ [3п]}$$

Односно
$$a = \frac{1-\sqrt{3}\mu}{2}g - \frac{1}{2}\frac{C\rho_0 S}{m}(v+u)^2. \text{ [0.2п]}$$

Ова законитост се може линеаризовати ако се уведу нови параметри

$$Y = a, \quad X = (v+u)^2 \quad k = -\frac{1}{2}\frac{C\rho_0 S}{m} \quad \text{и} \quad n = \frac{1-\sqrt{3}\mu}{2}g \text{ [1.5п]}$$

и линеарна једначина је онда облика $Y = kX + n$.

Како је у тексту задатка наведено, одређивање брзина је вршено у малим временским интервалима, те се може сматрати да је убрзање између два анализирана мерења тако мало, да се убрзавање практично не мења, тј. константно је. Средње убрзање између два мерења можемо одредити као разлика брзина између њих подељено са временским размаком. Како на стази дува константан ветар, убрзање моћемо одредити из разлика брзина болида према стази али и преко релативних брзина. Тако је

$$a_N = \frac{v_N - v_{N-1}}{\Delta t} = \frac{(v+u)_N - (v+u)_{N-1}}{\Delta t} \text{ [0.8п]}$$



2025.

Друштво физичара Србије и
Министарство просвете Републике Србије

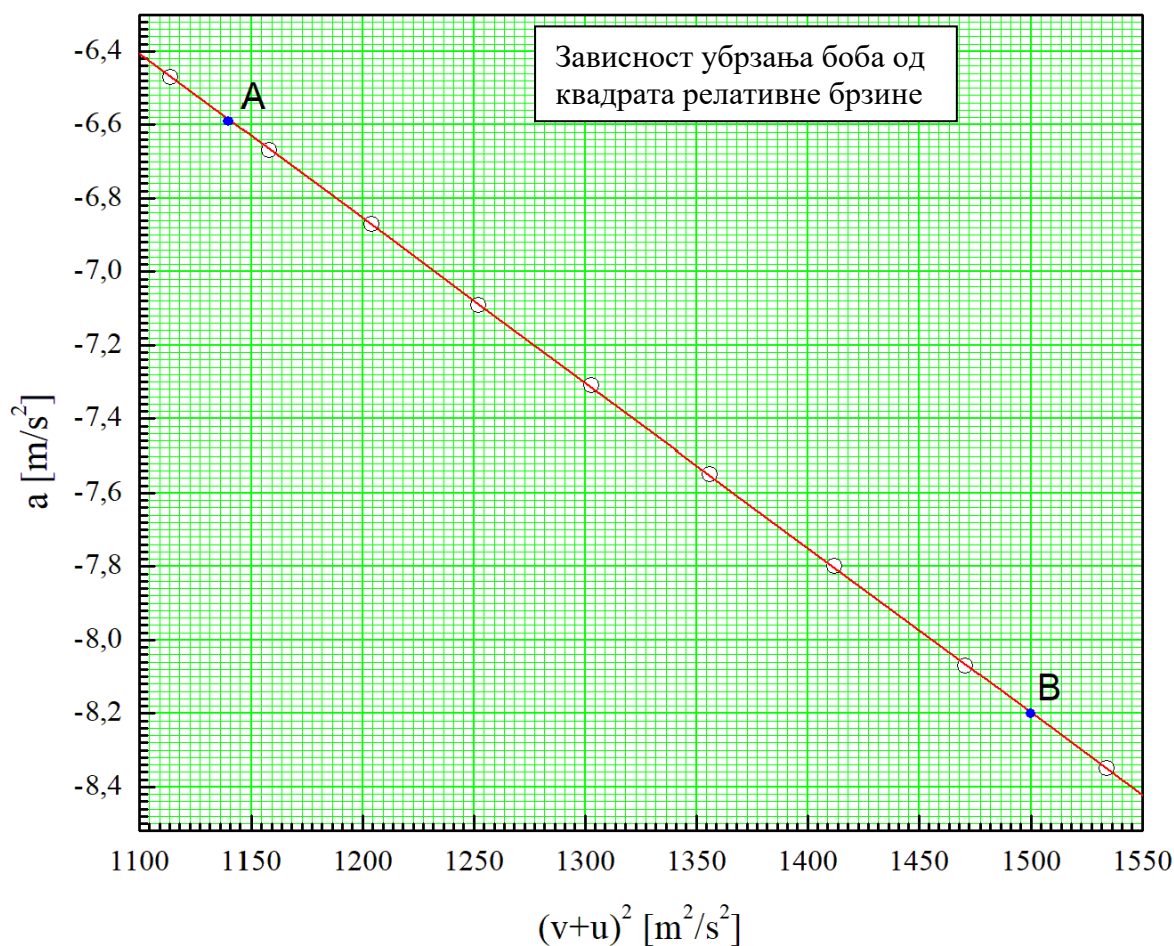
20.05.2025.
Београд

ЗАДАТАК- мисаони експеримент

Табела 2. Приказ линеарних величина

Бр. мерења	$v + u$ [m/s]	$(v + u)^2$ [m ² /s ²] [9x0.1п]	a [m/s ²] [9x0.4п]
1	40,000	1600	
2	39,165	1537	-8,35
3	38,358	1475	-8,08
4	37,577	1414	-7,82
5	36,822	1354	-7,56
6	36,091	1303	-7,31
7	35,382	1253	-7,09
8	34,695	1204	-6,88
9	34,028	1156	-6,67
10	33,381	1116	-6,46

В. [9п] Црта се графичка зависност убрзања болида a у функцији квадрата релативне брзине $(v + u)^2$. Зависност на графику је линеарна и повучена је линија која лепо пролази кроз тачке. Очитавају се са графика две тачке са праве $A = (1140, -6.59)$ и $B = (1500, -8.20)$ [1п] и на основу њих се одреди коефицијент правца



Слика 1. Приказ линеаризованих параметара кретања болида [5п]



2025.

Друштво физичара Србије и
Министарство просвете Републике Србије

20.05.2025.
Београд

ЗАДАТАК- мисаони експеримент

$$k = \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A} = \frac{-8.20 - (-6.59)}{1500 - 1140} = -0.00447$$

Грешка коефицијента правца се рачуна као

$$\frac{\Delta k}{k} = \frac{2\Delta X}{X_B - X_A} + \frac{2\Delta Y}{Y_B - Y_A} = \frac{5}{360} + \frac{0.02}{1.61} = 0.0263$$

где су за грешке X и Y су узете вредности подеока на графику (зависе од графика). Одакле је $\Delta k = 0.000118$. Коначно

$$k = -0.00447 \pm 0.00012 \text{ [0.3+0.6п]}$$

Из вредности k се може одредити фактор повлачења

$$C = -\frac{2mk}{\rho_0 S} = 1.2288$$

и његова грешка: $\Delta C = C \frac{\Delta k}{k} = 1.2288 \frac{0.00012}{0.00447} = 0.0330$. На крају се за фактор повлачења добија

$$C = 1.23 \pm 0.04 \text{ [0.3+0.3п]}$$

Слободан члан линеарне зависности се може одредити ако се уврсти коефицијент правца и вредности рецимо тачке B [0.3п], тј. из једначине $Y_B = kX_B + n$ следи $n = -1.495$. Грешка се рачуна преко релативне грешке $\Delta n = n \frac{\Delta k}{k} = 1.495 \frac{0.00012}{0.00447} = 0.040$, односно

$$n = -1.49 \pm 0.04 \text{ [0.3+0.3п]}$$

Коефицијент трења се може одредити на основу n као

$$\mu = \frac{g - 2n}{\sqrt{3}g} = 0.753$$

и његова грешка као $\Delta \mu = \mu \frac{\Delta n}{n} = 0.753 \frac{0.04}{1.49} = 0.0202$. Коначно

$$\mu = 0.75 \pm 0.03 \text{ [0.3+0.3п]}$$

Напомена: у добијеним параметрима од 0.3 поена признати 0.2, уколико вредности задовољавају и 0.1 поена ако су параметри (грешке) и добро заокружени.