



Одређивање магнетне пермеабилности вакуума [10п]

1. УВОД

У овом експерименту два соленоида су густо намотана један преко другог и може се сматрати да су попречни пресеци оба намотаја исти, пречника $R = (5,00 \pm 0,01)$ cm. Унутрашњи, дужи соленоид има $N_1 = 450$ навоја и дужине је $L_1 = (31,8 \pm 0,2)$ cm, док спољни, краћи калем има $N_2 = 300$ намотаја, слика. Истражићемо ефекат електромагнетне индукције, тако што ће један соленоид играти улогу примара, кроз који ћемо пропуштати наизменичну струју ефективне вредности I_{eff} , док ће други соленоид у овом случају бити секундар у коме ће се индуковати електромоторна сила ефективне вредности ε_{eff} .

Извор наизменичне струје је продужни кабал са прекидачем на вашем столу, али немојте бринути, није у питању извор напајања градске мреже напона 230 V, већ је у питању трансформисан напон чија је ефективна вредност око 12 V. Исти извор напајања користе више такмичара, због чега је потребно да водите рачуна да не направите кратки спој и више такмичара оставите без извора напајања. Како би ту ситуацију предупредили, ваша апаратура је осигурана осигурачем од 0,5 A. Водите рачуна како поступате са вашом експерименталном поставком, јер прегоривањем овог осигурача остајете без извора наизменичне струје и нећете бити у могућности да даље спроводите мерења. На продужном кабу се налази прекидач, којим искључујете довод извора. Кориситите овај прекидач ОБАВЕЗНО када радите са апаратуром. По везивању кола, можете укључити прекидач и вршити мерења. Немојте остављати затворено коло предуго, може вам се загрејати апаратура, што може довести до прегоривања осигурача. Када мењате ваше коло, обавезно искључивати прекидач!!!

Мерење струје амперметром увек представља ризик по уређај, јер уколико пропустите превелику струју, уређај може изгорети. У вашем случају, амперметри су осигурани осигурачима од 10 A и 200 mA на овим опсезима. Пропуштањем струје веће од наведене, прегореће вам осигурачи и нећете моћи да наставите са мерењима. Како не би дошло до ове ситуације, на располагању вам је отпорник отпорности од око 60 Ω који треба повезати редно са примаром, што ће обезбедити да кроз ваше коло протиче струја мања од 200 mA и омогућити вам да радите са овим мерним опсегом. За сваки случај, пре него што почнете са радом, проверите струју примара на опсегу од 10 A.

Како би сте мењали струју кроз калем, на располагању су вам отпорници отпорности од око 5 Ω , чијим везивањем у коло примара можете мењати вредност јачине струје. Реализацију електричног кола можете извршити на протоплочи која вам је на располагању. Струја УВЕК мора ићи кроз стаклени осигурач који лимитира струју до 0,5 A.

Задатак 1. [1 п] Известити израз за индуковану електромоторну силу на секундару у зависности од струје која протиче кроз примар.

Задатак 2. [1 п] Извршити неопходна мерења, графички представити резултате и са графика одредити релевантне величине са припадајућим грешкама. Број мерења које морате остварити за цртање графика је минимално десет. Одредите вредност магнетне пермеабилности вакуума са припадајућом грешком.

Задатак 3. На располагању вам је гвоздена шипка пречника $R' = (2,0 \pm 0,1)$ cm чију релативну магнетну пермеабилност треба одредити. Извршити наопходна мерења (минимум 10), графички представити резултате и са графика одредити релевантне величине са припадајућим грешкама. Одредити вредност релативне магнетске пермеабилности гвоздене шипке са припадајућом грешком.

Напомена. Сваки резултат изразити са припадајућом грешком, полазећи од грешки директно мерених величина и од грешки величина датих у задатку. Извесни инструменти омогућавају директно мерење коефицијента самоиндукције калема и тај метод у овом експерименту није дозвољен и неће се бодовати.



**ИЗБОРНО ТАКМИЧЕЊЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКА 2023/2024 ГОДИНА.**



**Друштво физичара Србије и
Министарство просвете Републике Србије**

**20. и 21. мај 2025.
Београд**

ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ ЗАДАТАК

У овом експерименталном задатку на располагању вам је

- извор наизменичног напона од око 12 V – продужни кабал са прекидачем
- намотани калемови ($R = (5,00 \pm 0,01) \text{ cm}$, $N_1 = 450$, $L_1 = (31,9 \pm 0,2) \text{ cm}$, $N_2 = 300$)
- два унимера за мерење струје и напона
- отпорници (један од око 60Ω и девет од око 5Ω)
- протоплоча
- конекторски каболови
- метална шипка пречника $R' = (2,0 \pm 0,1) \text{ cm}$



Свим такмичарима желимо успешан рад !

Задатак припремили и експеримент реализовали: Проф. др Владимир Марковић, ПМФ Крагујевац, Проф. др Имре Гут и Проф. др Милан Ковачевић, ПМФ Крагујевац

Рецензент: Проф. др Ненад Стевановић, ПМФ Крагујевац

Председник комисије: Проф. др Имре Гут, Департман за физику, Нови Сад



ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ ЗАДАТАК

РЕШЕЊЕ

Задатак 1.

Индукција магнетног поља у соленоиду се може одредити Амперовим законом

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I,$$

уз претпоставку да је поље ван соленоида занемарљиво, а унутар соленоида константно:

$$B = \frac{\mu_0 N_1 I}{L_1},$$

где је N_1 број намотаја у соленоиду, L_1 дужина соленоида, а I јачина струје која протиче кроз калемове. Магнетни флуks кроз N_2 намотаја другог соленоида је

$$\Phi = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{L_1} S I,$$

где је S попречни пресек калемова. Према Фарадејевом закону, електромоторна сила у другом соленоиду износи

$$\varepsilon = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{L_1} S \frac{dI}{dt}.$$

Ако се кроз примар пропусти наизменична струја

$$I(t) = I_0 \sin(\omega t),$$

тада ће у секундару се индуковати електромоторна сила (емс):

$$\varepsilon(t) = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{L_1} S \omega I_0 \cos(\omega t).$$

Индукована електромоторна сила у секундару је наизменична и има исту фреквенцу као струја у првом, а њена ефективна вредност је

$$\varepsilon_{eff} = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{L_1} S \omega I_{eff},$$

где је I_{eff} ефективна вредност струје у примару.

Задатак 2.

Измерене вредности I_{eff} и ε_{eff} су приказане у Табели 1 и графички представљене.

Табела 1.

I (A)	U (V)
184,0	63,8
169,8	58,9
160,3	55,6
150,8	52,4
142,3	49,4
134,9	46,8
128,2	44,5
122,1	42,4
116,5	40,4
111,4	38,6
106,3	36,8
102,3	35,5





ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ ЗАДАТАК

Са графика се може одредити коефицијент правца повлачећи праву кроз две тачке $A(104, 36)$ и $B(176, 61)$ релацијом $k = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$, на основу које, заменом бројних вредности се добија $k = 0,3472 \frac{V}{A}$. Грешка волтметра износи $\Delta U = 0,1 \text{ mV}$, док је грешка читавања амперметра $\Delta I = 0,1 \text{ mA}$, на основу чега је грешка коефицијента правца $\Delta k = k \left(\frac{2\Delta I}{x_B - x_A} + \frac{2\Delta U}{y_B - y_A} \right)$, тј. $\Delta k = 0,037 \approx 0,04 \frac{V}{A}$. Коначно резултат пишемо као $k = (0,35 \pm 0,04) \frac{V}{A}$ са релативном грешком од $\delta_k = \frac{\Delta k}{k} \cdot 100\% \approx 1\%$.

Из вредности коефицијента правца праве чији је израз $k = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{L_1} S \omega$ може се одредити магнетна пермеабилност ваздуха $\mu_0 = \frac{k L_1}{N_1 N_2 S \omega}$, тј. $\mu_0 = 13,26 \cdot 10^{-7} \frac{H}{m}$. Грешка ове физичке величине се може израчунати релацијом $\frac{\Delta \mu_0}{\mu_0} = \frac{\Delta k}{k} + \frac{\Delta L_1}{L_1} + \frac{2\Delta r}{r}$, где је r полупречник попречног пресека, $r = (2,5 \pm 0,05) \text{ cm}$, $\Delta \mu_0 = 0,075 \cdot 10^{-7} \frac{H}{m}$. Резултат записујемо $\mu_0 = (13,3 \pm 0,08) \cdot 10^{-7} \frac{H}{m}$, $\delta \mu_0 = 5,7\%$.

Задатак 3.

Уметањем гвоздене шипке унутар калемова, уводимо материјал са магнетном пермеабилношћу μ_r , али она не испуњава цео попречни пресек, већ само површину $S_2 < S$. Нека је површина испуњена ваздухом S_1 , где је $S = S_1 + S_2$. Индукција магнетног поља је

- у зони материјала $B_2 = \mu \frac{N_1}{L_1} I(t)$, где је $\mu = \mu_0 \mu_r$
- у зони без материјала (ваздух) $B_1 = \mu_0 \frac{N_1}{L_1} I(t)$.

Укупни флукс кроз други соленоид је

$$\Phi(t) = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{L_1} I(t) (S_1 + \mu_r S_2),$$

а индукована електромоторна сила

$$\varepsilon(t) = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{L_1} (S_1 + \mu_r S_2) \frac{dI}{dt},$$

тј.

$$\varepsilon_{eff} = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{L_1} (S + (\mu_r - 1) S_2) \omega I_{eff}.$$

Трансформишимо израз у облик

$$\varepsilon_{eff} = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{L_1} S \omega (1 + (\mu_r - 1) \frac{S_2}{S}) I_{eff},$$

Израз на десној страни једнакости испред заграде не представља ништа друго до коефицијент правца праве из претходног задатка $k = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{L_1} S \omega$, те можемо писати

$$\varepsilon_{eff} = k (1 + (\mu_r - 1) \frac{S_2}{S}) I_{eff}$$

Измерене вредности I_{eff} и ε_{eff} за овај задатак су приказане у Табели 2.

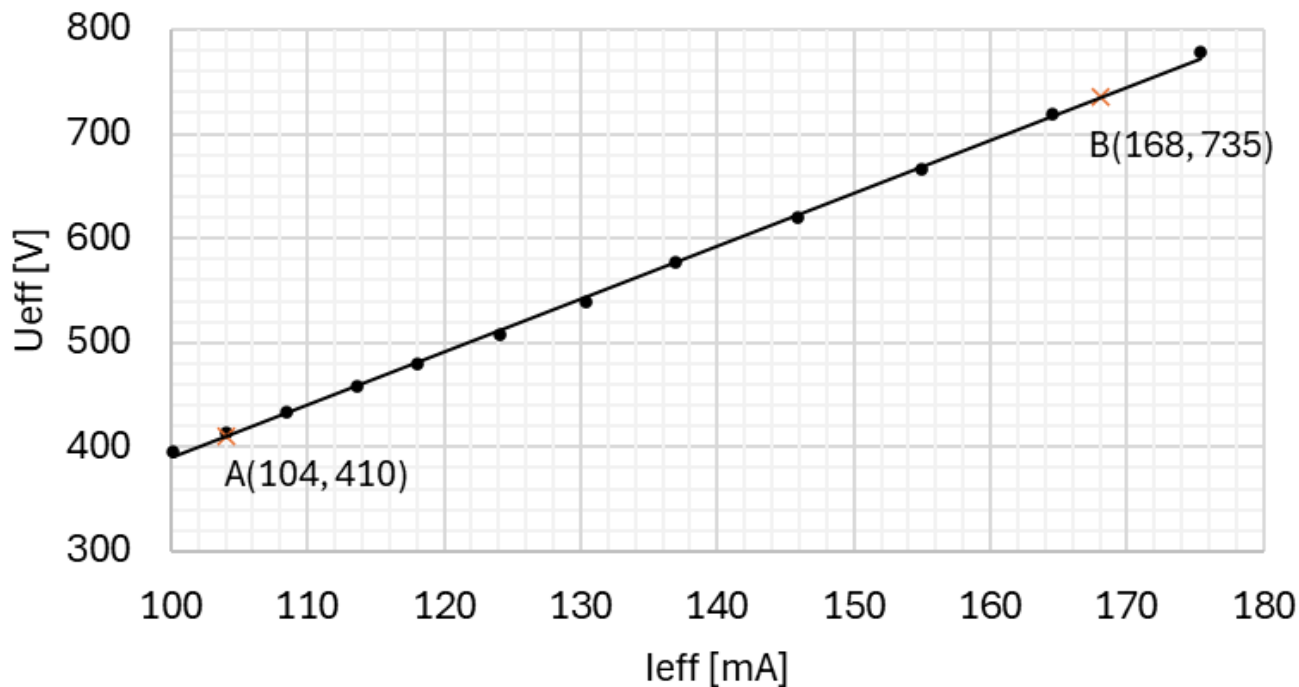
Табела 2

I (mA)	U (mV)
183,9	229
171,7	213
161,4	199
152,0	187
143,6	176
136,0	166
129,3	158
123,1	150
117,3	143
112,3	136
107,8	131
103,4	125



ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ ЗАДАТАК

График зависности индуковане електромоторне
силе од јачине струје примара са језгром



Са графика се може одредити коефицијент правца повлачећи праву кроз две тачке $A'(112, 450)$ и $B'(168, 735)$ релацијом $k' = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$, на основу које, заменом бројних вредности се добија $k' = 5,089 \frac{V}{A}$. Грешка волтметра износи $\Delta U = 1 \text{ mV}$, док је грешка читавања амперметра $\Delta I = 0,1 \text{ mA}$, на основу чега је грешка коефицијента правца $\Delta k' = k' \left(\frac{2\Delta I}{x_B - x_A} + \frac{2\Delta U}{y_B - y_A} \right)$, тј. $\Delta k' = 0,036 \approx 0,04 \frac{V}{A}$. Коначно резултат пишемо као $k' = (5,09 \pm 0,04) \frac{V}{A}$ са релативном грешком од $\delta k' = \frac{\Delta k'}{k'} \cdot 100\% \approx 1\%$.

Из вредности коефицијента правца праве чији је израз $k' = k(1 + (\mu_r - 1) \frac{S_2}{S})$ ($\mu_0 \frac{N_1 N_2}{L_1} S \omega (1 + (\mu_r - 1) \frac{S_2}{S}) I_{eff}$) може се одредити релативна магнетна пермеабилност меког гвожђа $\mu_r = 1 - \frac{S}{S_2} \left(1 - \frac{k'}{k} \right)$, тј. $\mu_r = 86,1$. Грешка ове физичке величине се може израчунати релацијом $\Delta \mu_r = \frac{S}{S_2} \left(2(\delta_r + \delta_{r'}) + \frac{k'}{k} (\delta_k + \delta_{k'}) \right)$, ($\Delta \mu_r = \frac{1}{S_2^2} \left(\frac{k'}{k} - 1 \right) (S_2 \Delta S + S \Delta S_2) + \frac{S}{S_2 k^2} (k \Delta k' + k' \Delta k) \right)$ где су δ_r и $\delta_{r'}$ релативне грешке полупречника попречних пресека S и S_2 , $r' = (1 \pm 0,05) \text{ cm}$, $\Delta \mu_r \approx 3$. Резултат записујемо $\mu_0 = (86 \pm 3)$, $\delta \mu_0 = 3\%$.