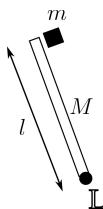




Задатак 1: Бацање тела руком (10 поена)

У овом задатку разматраћемо како брзина којом човек може руком да баца неко тело зависи од масе тог тела.

- (а) **(0,5 поена)** Користићемо најпре једноставан модел по коме човек на тело делује импулсном силом интензитета F чији је правац и смер константан. Тело је у почетном тренутку у мировању, након чега током временског интервала τ делује поменута сила и тело бива избачено. Одредити зависност интензитета брзине v којом ће човек избацити тело од масе тела m сматрајући да су F и τ исти за свако тело.
- (б) **(2 поена)** Сада ћемо размотрити сложенији модел приказан на слици 1. У оквиру овог модела сматрати да доњи део руке (лакрат, подлактица и длан) представља хомогени штап масе M и дужине l који ротира око непокретне тачке где се налази лакрат (тачка L на слици 1). Док човек баца тело масе m држи га на длану. Тело и рука, који чине систем, су у почетном тренутку мировали. Рад који након тога до тренутка избацивања тела изврше све силе које делују на систем је једнак A и независан је од масе тела. Одредити зависност интензитета брзине v којом ће човек избацити тело од масе тела m .



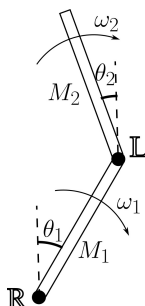
Слика 1: Модел руке у делу задатка (б).

- (в) **(1,5 поена)** У доњој табели је приказана зависност интензитета v брзине избаченог тела од масе тог тела m за човека чија је маса доњег дела руке $M = 2,0$ kg. Да ли је ова зависност боље описана моделом из дела (а) или дела (б) задатка?

m (kg)	0,057	0,16	0,73	1,42	2,10	3,40
v (m/s)	20,0	17,5	13,2	10,4	8,5	7,2

Надаље разматрамо модел по коме се рука састоји од два сегмента, приказан на слици 2. Први сегмент описује део од рамена до лакта и представља се хомогеним штапом масе M_1 и дужине l_1 , док други сегмент описује део од лакта до длана и представља се хомогеним штапом масе M_2 и дужине l_2 . Сматрати да је раме непокретно (тачка R на слици 2). У тренутку кад човек избацује тело угаона брзина првог сегмента је ω_1 , а другог ω_2 , при чему су смерови ових угаоних брзина приказани на слици 2. Углови који ови сегменти заклапају са вертикалом у том тренутку су редом θ_1 и θ_2 (при чему је $\theta_1 < 45^\circ$ и $\theta_2 < 45^\circ$).

- (г) **(3 поена)** Одредити кинетичку енергију руке у тренутку када човек избацује тело.
- (д) **(3 поена)** Ако је познато да је тело са длана избачено брзином интензитета v , при којим вредностима угаоних брзина ω_1 и ω_2 је кинетичка енергија руке у тренутку избацивања тела минимална?



Слика 2: Модел руке у деловима задатка (г) и (д).



Задатак 2: Термодинамички поглед на срећу (10 поена)

Помоћу метода статистичке физике, разматраћемо људску срећу у оквиру једноставног модела.

Замислимо (изолован) систем који се састоји од N људи. У овом систему људи се могу наћи само у два стања: **среће** (s) и **туге** (t). У овом систему људи немају других особина. За људе који су срећни често кажемо да су пуни енергије, па ће и људи из овог система који се налазе у стању среће имати енергију E_0 , док људи који су у стању туге имати енергију 0. Укупна енергија људи у овом систему је $\alpha N E_0$, где је $\alpha \in \mathbb{Q}$ и $0 \leq \alpha \leq 1$.

- (а) **(0,5 поена)** Колика је вероватноћа да је насумично одабран човек из овог скупа срећан? Колика је вероватноћа да је тужан?
- (б) **(1 поен)** Уколико ипак људи у стању туге имају неку малу количину енергије $\epsilon > 0$, и $\epsilon < E_0$, израчунати вероватноћу да је насумично одабран човек из овог скупа срећан, односно тужан.

Вратимо се на случај када људи у стању туге имају енергију 0.

- (в) **(2,5 поена)** Помоћу статистичке дефиниције ентропије, израчунати ентропију оваквог система, сматрајући да је број људи јако велики.

Помоћ: Статистичка дефиниција ентропије је $S = k_b \ln \Omega$, где је Ω статистичка тежина, односно број микро стања који одговара истом макро стању. За велике вредности N користити Стирлингову апроксимацију :

$$\ln N! \approx N \ln N - N$$

- (г) **(2 поена)** Помоћу дефиниције ентропије $dS = \frac{dQ}{T}$ извести израз за T , температуру овог система.
Помоћ: Замислимо да $\alpha \rightarrow \alpha + d\alpha$. Изразити dQ и dS помоћу α и $d\alpha$.

- (д) **(1 поен)** При којој температури је сваки човек тужан? А при којој сваки други? Колико мора бити енергија човека у стању среће да би на собној температури сваки четврти човек био срећан?
Вредност Болцманове константе је $k_b = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$. За собну температуру узети $T = 300K$.

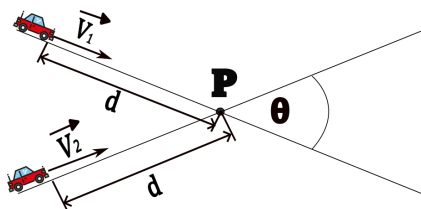
- (ђ) **(1,5 поен)** Трећи закон термодинамике налаже да када се систем тежи температурној апсолутној нули, ентропија тежи својој минималној вредности (нули).
Да ли овако добијена ентропија задовољава трећи закон термодинамике?

- (е) **(1,5 поена)** Одредити однос броја срећних и тужних људи на температури T .



Задатак 3: (Не)релативистичко поздрављање (10 поена)

У овом задатку ћемо размотрити поздрављање два пријатеља, Алексе и Бранка, који се крећу праволинијским путањама које се секу у тачки P , под углом θ .



За почетак ћемо разматрати случај нерелативистичког кретања аутомобила, током ког Алекса поздравља Бранка користећи звучни сигнал на свом аутомобилу (сирена). Звук се кроз средину просторе брзином u . Сигнал који је Алекса, који се креће брзином v_1 , емитовао кад се налазио на удаљености d од тачке P стиже до Бранка, који се креће брзином v_2 , кад се Бранко налази на истој удаљености d од тачке P . Уколико сирена Алексиног аутомобила произведе два звучна сигнала, фреквенције f_A , у кратком временском интервалу Δt_A , одредити:

- (1,5 поена) временски интервал Δt_P између тренутака када ти звучни сигнали дођу до тачке P , односно временски интервал Δt_B када дођу до Бранковог аутомобила.
- (1 поен) фреквенцију звучних сигнала које региструје детектор у тачки P , односно фреквенцију коју чује Бранко.

Година је 2103. и технологија је напредовала, тако да се аутомобили крећу релативистичким брзинама. Како поздрављање звучним таласима није могуће, уместо сирена у аутомобиле је уграђена светлосна сигнализација, тако да сваки аутомобил може да производи и детектује различите светлосне сигнале. Поред напретка технологије, напредовала је и медицина, тако да су наши јунаци из претходног дела задатка и даље пријатељи и способни су за вожњу. Крећући се на исти начин као на слици, у односу на Земљу, Алекса поново поздравља Бранка, овај пут емитујући два светлосна сигнала, фреквенције f_0 у кратком временском интервалу $\Delta t'$, мерено у његовом аутомобилу. Сигнал који је Алекса (који се креће брзином v_1), емитовао кад се налазио на удаљености d од тачке P стиже до Бранка (који се креће брзином v_2), кад се Бранко налази на истој удаљености d од тачке P , мерено у систему везаном за Земљу. Уколико је брзина светлости c , одредити:

- (2 поена) дужину временског интервала Δt у систему везаном за Земљу, између тренутака када детектор региструје ове сигнале у тачки P .
- (5 поена) дужину временског интервала $\Delta t''$ између тренутака када детектор у Бранковом аутомобилу детектује ове сигнале.
- (0,5 поена) Одредити фреквенцију светлосних сигнала које региструје детектор у тачки P , f , и фреквенцију коју региструје детектор у Бранковом аутомобилу, f_1 .