

МАТЕМАТИЧКА ГИМНАЗИЈА

МАТУРСКИ РАД ИЗ ФИЗИКЕ

Оптичка пинцета

Ученик

Вукашин ОСТОЈИЋ, IVa

Ментор

Алекса ДЕНЧЕВСКИ

Београд, 30.5.2025.

Садржај

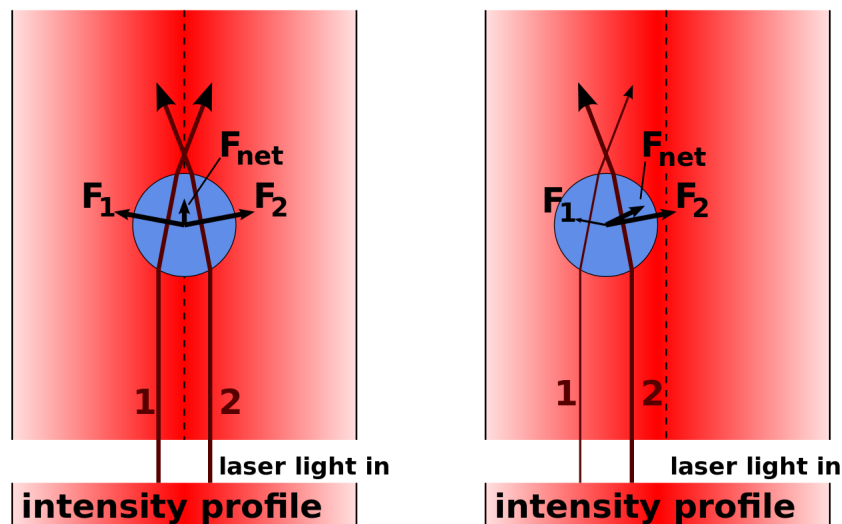
1	Увод	1
2	Теорија	3
3	Симулација	7
4	Апаратура	8
5	Метод	10
6	Закључак и даљи рад	11
	Литература	11

1

Увод

Оптичка пинцета је инструмент који користи фокусирану светлост за манипулацију синтним честицама ($0.1\text{-}10\ \mu\text{m}$ и $10^{-18} - 10^{-13}\ \text{kg}$). Најчешће се користе за манипулацију ћелијама унутар биолошког система. Када се честица налази у ваздуху или у вакууму говоримо о оптичкој левитацији. Ласер обезбеђује привлачну или одбојну силу реда величине $10^{-12}\ \text{N}$. Уколико се ради са честицама већим од таласне дужине светлости феномен се може објаснити коришћењем геометријске оптике.

На слици испод се види зрак како улази у честицу у (овом случају прозирну куглицу) и излази под различитим углом. Како светлост има импулс и долази до његове промене, може се закључити да на честицу делује сила.



Слика 1.1. Честица у непромењеном ласерском снопу

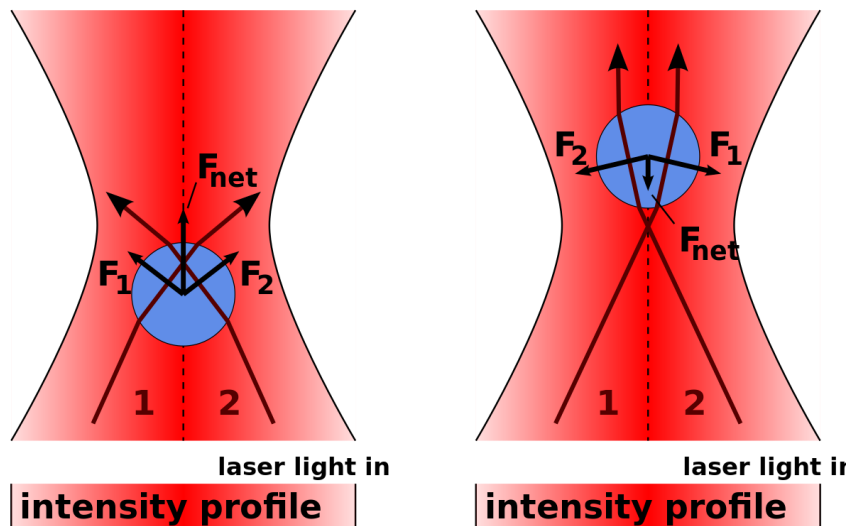
Коришћен је Гаусовски ласерски сноп што значи да је његова снага у некој тачки (x, y) одређена функцијом:

$$P(x, y) = P_0 \cdot \frac{e^{-\frac{x^2+y^2}{\sigma^2}}}{\sigma^2 \cdot \pi} \quad (1.1)$$

Где је P_0 укупна снага ласера, а σ ширина Гаусове функције.

Из ње се јасно види да је снага ласера у средини највећа па ће самим тим и сила која вуче честицу ка средини бити већа од оне која га вуче ка споља. Ипак, на честицу делује сила која је гура у смеру простирања ласера. Тај проблем се решава фокусирањем ласерског снопа.

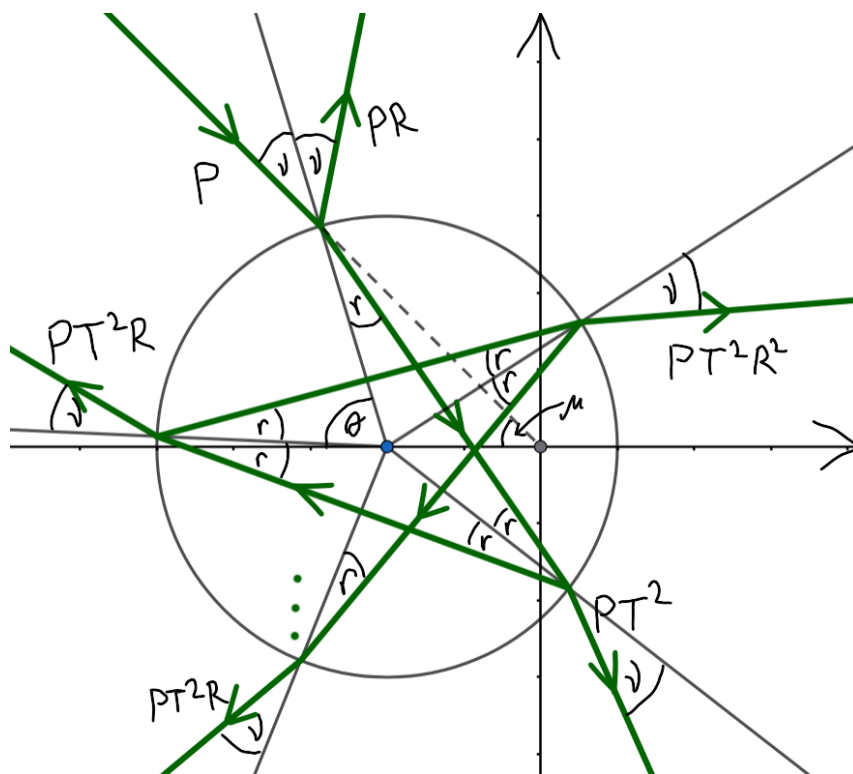
На слици испод се може видети како се зрак простира пре и након проласка кроз честицу. Такође, може се приметити да се зрак ломи тако да је вектор резултујуће силе увек усмерен ка фокусу ласерског снопа.



Слика 1.2. Честица у фокусираном ласерском снопу

2

Теорија



Слика 2.1. Понашање једног зрака при уласку у куглицу

Све силе представљене су помоћу комплексних бројева ради лакшег рачуна. Прво је посматран један зрак снаге P који је усмерен ка координатном почетку али му се на путу налази куглица полупречника ρ са центром у тачки $(l, 0)$. Снелов закон говори да ће се поменути зрак преломити и да важи:

$$\eta_1 \cdot \sin(\nu) = \eta_2 \cdot \sin(r) \quad (2.1)$$

Где је η_1 апсолутни индекс преламања медијума, η_2 апсолутни индекс преламања куглице, ν је угао између зрака и праве одређене центром куглице и тачке у којој зрак у њу улази и r је угао између преломљеног зрака и већ поменути праве.

Тачку пресека куглице и зрака који са x -осом прави угао μ можемо израчунати као пресек праве и круга чије су једначине редом:

$$y = tg(\mu) \cdot x \quad (2.2)$$

$$(x - l)^2 + y^2 = \rho^2 \quad (2.3)$$

Заменом једначине 2.2 у једначину 2.3 добија се квадратна једначина. Узима се знак минус јер снап долази са леве стране.

$$p = \frac{l - \sqrt{l^2 - (1 + tg(\mu)^2)(l^2 - \rho^2)}}{1 + tg(\mu)^2} \quad (2.4)$$

Дакле координате тачке пресека јесу $(p, p \cdot tg(\mu))$. За праву која спаја центар круга и пресечну тачку у односу на коју меримо угао ν има коефицијент правца m и са x -осом заклапа угао θ важи:

$$m = \frac{p \cdot tg(\mu)}{p - l} \quad (2.5)$$

$$\theta = arctg(m) \quad (2.6)$$

Са слике 2.1 се јасно види да у троуглу одређеном тачкама $(0, 0)$, $(l, 0)$ и $(p, p \cdot tg(\mu))$, два унутрашња угла јесу ν и μ , док је θ спољашњи угао који је једнак збиру два наспрамна унутрашња угла. Тако се израчунава непознати угао ν , а затим коришћењем Снеловог закона угао r .

$$\nu = \theta - \mu \quad (2.7)$$

$$r = arcsin \left[\frac{\eta_1}{\eta_2} \cdot \sin(\nu) \right] \quad (2.8)$$

Зрак се при сваком судару са ивицом куглице дели на два, а то су трансмитовани и рефлектовани зрак. Он се дакле бесконачно пута одбија унутар сфере и бесконачно пута је напусти. Зрак који изађе након n одбијања има снагу и смер редом задат формулама:

$$|\vec{P}_n| = PT^2 \cdot R^n \quad (2.9)$$

$$\frac{\vec{P}_n}{|\vec{P}_n|} = (-1)^n \cdot e^{i(\mu + 2\nu - 2(n+1)r)} \quad (2.10)$$

Зрак снаге P који би био комплетно апсорбован би деловао силом:

$$F = \frac{\eta_1 \cdot P}{c} e^{i\mu} \quad (2.11)$$

Где је μ угао измедју зрака и x -осе, η_1 апсолутни индекс преламања и P је снага зрака. Дакле, може се закључити да су силе зрака који изађе након n одбијања и оног првог који се рефлектује редом једнаке:

$$\vec{F}_n = (-1)^{n+1} e^{i(\mu+2\nu-2\cdot(n+1)\cdot r)} \cdot \frac{\eta_1 \cdot PT^2 R^n}{c} \quad (2.12)$$

$$\vec{F}_r = e^{i(\mu+2\nu)} \cdot \frac{\eta_1 PR}{c} \quad (2.13)$$

Укупна сила F у функцији од снаге ласера P , угла који зрак заклапа са x -осом и позиције куглице на x -оси, l , има облик:

$$F(P, \mu, l) = \frac{\eta_1 \cdot P}{c} \cdot \left[e^{i\mu} + e^{i(\mu+2\nu)} \cdot R - \frac{e^{i(\mu+2\nu-2r)}}{1 + R \cdot e^{i(-2r)}} \cdot T^2 \right] \quad (2.14)$$

Сада се посматрају два зрака снаге $\frac{P}{2}$ који заклапају угао μ са x -осом и симетрични су односу на њу. Имагинарне компоненте силе ће се скратити, а реални делови ће се сабрати и њихов збир ће бити једнак реалном делу силе једног зрака снаге P . Сада се посматра 2^n зракова снаге $\frac{P}{2^n}$ чије пројекције на $y - z$ раван са y -осом заклапају углове $\frac{2\pi}{2^n} \cdot k$ и важи $k \in \{0, 1, \dots, n-1\}$. Тако су зраци централно симетрични у односу на x -осу и сила ће деловати само по тој оси. Ако се пусти да $n \rightarrow \infty$ добија се светлосни конус чија је формула за силу:

$$F_k(P, \mu, l) = Re(F(P, \mu, l)) \quad (2.15)$$

Из једначине 1.1 се види да је на свакој кружници са центром у координатном почетку снага константна, па се ласерски сноп може замислити као скуп концентричних цилиндара различитих полупречника. Пошто је, као што је већ речено, рађено са Гаусовским ласерским снопом снага опада са повећањем удаљености од координатног почетка. Цео систем има цилиндричну симетрију, па се из Декартовог прелази у поларни координатни систем у ком једначина 1.1 има следећи облик:

$$P(r, \phi) = P_0 \cdot \frac{e^{-\frac{r^2}{\sigma^2}}}{\sigma^2 \cdot \pi} \quad (2.16)$$

Па је функција зависности снаге прстена од полупречника:

$$P_k(r) = \frac{2 \cdot P_0 \cdot r \cdot e^{-\frac{r^2}{\sigma^2}}}{\sigma^2} dr \quad (2.17)$$

Да би било могуће заробити честице, ласерски сноп мора да се фокусира у тачку и због тога је постављено бесконачно танко сабирно сочиво са центром у тачки $(-q, 0)$ и жижне даљине q чија је раван нормална на x -осу. То значи да се зраци скуљају у координатни почетак и да након сочива више не чине цилиндар већ конус. Угао који заклапају са x -осом зависи само од њихове удаљености од x -осе пре сочива тј. полупречника цилиндра. Једначина која их повезује јесте:

$$r = q \cdot \tan(\mu) \quad (2.18)$$

Одакле следи:

$$dr = \frac{q}{\cos(\mu)^2} \cdot d\mu \quad (2.19)$$

Па ће функција зависности снаге конуса од угла бити:

$$P_k(P_0, \mu, q) = \frac{2 \cdot P_0 \cdot q \cdot \tan \mu \cdot e^{-\frac{q^2 \cdot \tan(\mu)^2}{\sigma^2}}}{\sigma^2 \cdot \cos(\mu)^2} d\mu \quad (2.20)$$

Коефицијенти R и T , који се до сад нису спомињали али јесу користили у једначинама, јесу Фреснелови коефицијенти. Они нам говоре о делу снаге ласера који је рефлектован односно трансмитован. Зависе од равни поларизације. Разликујемо две такве равни, једну нормалну на раван инциденције s и једну паралелну равни инциденције p и формуле за коефицијент рефлексије јесу:

$$R_p = \left| \frac{\eta_1 \cdot \cos(\theta_i) - \eta_2 \cdot \cos(\theta_t)}{\eta_1 \cdot \cos(\theta_i) + \eta_2 \cdot \cos(\theta_t)} \right|^2 \quad (2.21)$$

$$R_s = \left| \frac{\eta_1 \cdot \cos(\theta_t) - \eta_2 \cdot \cos(\theta_i)}{\eta_1 \cdot \cos(\theta_t) + \eta_2 \cdot \cos(\theta_i)} \right|^2 \quad (2.22)$$

По закону одржања енергије формуле за коефицијент трансмисије јесу:

$$T_p = 1 - R_p \quad (2.23)$$

$$T_s = 1 - R_s \quad (2.24)$$

Пошто је светлост која излази из ласера неутрална користимо ефективно R које је:

$$R_e = \frac{1}{2}(R_s + R_p) \quad (2.25)$$

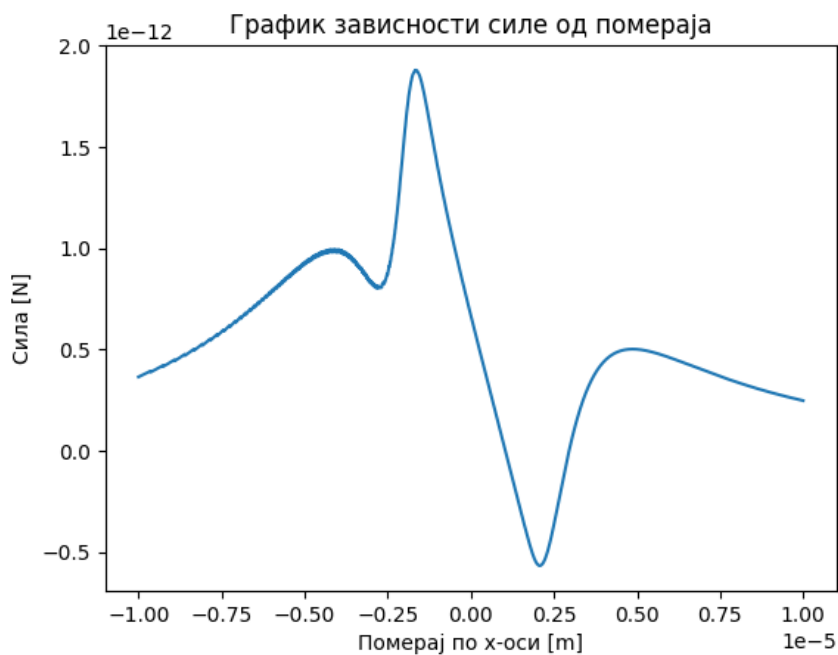
и слично томе ефективно T :

$$T_e = 1 - R_e \quad (2.26)$$

3

Симулација

У симулацији су дефинисане све функције које се користе и направљена је петља која одреди величину $d\mu$ на неку веома малу вредност и пролази редом све углове од 0 до $k \cdot d\mu$ тако да је $k \cdot d\mu \leq \frac{\pi}{2}$, а $(k + 1) \cdot d\mu > \frac{\pi}{2}$ и сабира силе. Потом се све то рачуна за неку другу позицију и тако добија график зависности силе од позиције.



Слика 3.1. График зависности силе од позиције на x -оси

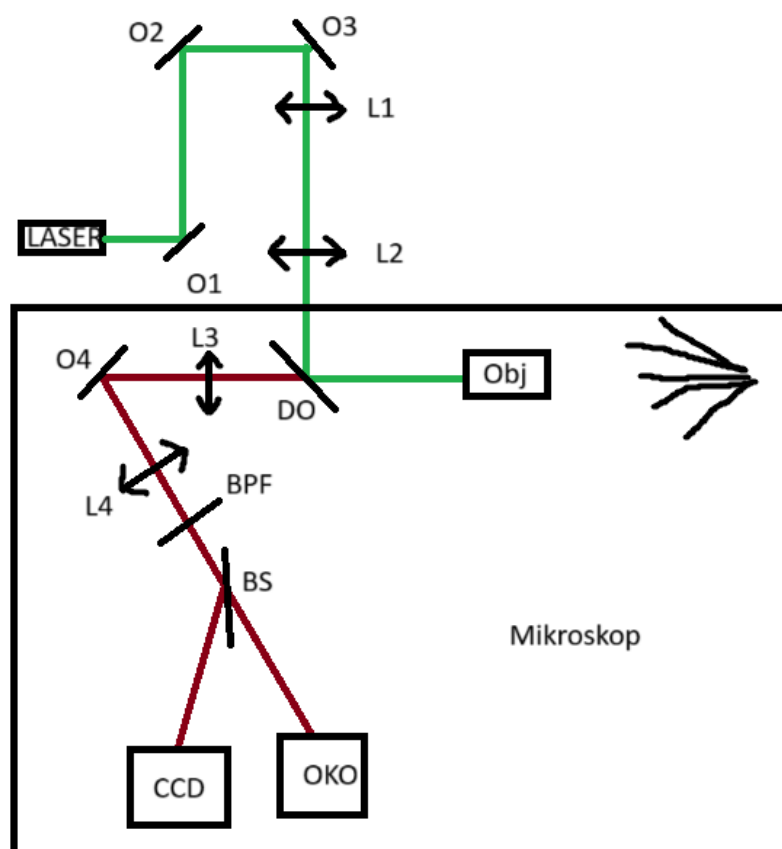
4

Апаратура

Апаратуру чине:

- 1 $\times$ ласер таласне дужине 532 nm и снаге 5 mW
- 3 $\times$ огледала
- 4 $\times$ сабирна сочива
- 1 $\times$ дихроично огледало
- 1 $\times$ појасно пропусни филтер
- 1 $\times$ делитељ снопа
- 1 $\times$ објектив микроскопа
- 1 $\times$ CCD камера

Поставка експеримента се види на слици испод.



Слика 4.1. Оптичка шема експеримента

5

Метод

Светлост напушта ласер и прво се одбија од два огледала која су постављена тако да је прво што ближе ласеру, а друго што даље од првог да би се извршила потпуна манипулација снопом након другог огледала. Прво огледало задужено је за манипулацију по положају, а друго по углу. Огледало O_3 је постављено у жижи сабирног сочива L_1 , а објектив у жижи сабирног сочива L_2 . Сочива L_1 и L_2 користе се да увећају снап тако да је његова површина приближно једнака површини задње апертуре објектива. O_3 и објектив су тако постављени да би ротација огледала мењала угао под којим ласер пада на објектив али да центар ласера увек пада на центар објектива. Променом упадног угла мења се место унутар жижне равни, овакав систем имитира померање галваноскенирајућих огледала. Светлост осветљења микроскопа пролази кроз објектив али уместо да се одбије о дихроично огледало од које се одбија зелени ласер она пролази кроз њега. Сабирна сочива L_3 и L_4 чине још један увећавач снопа, са циљем да се објекат лакше посматра. Након њега налази се појасно пропусни филтер који не пропушта светлост која делимично прође кроз дихроично огледало, он осигурава да CCD камера или очи посматрача неће бити оштећени и омогућава несметано посматрање манипулације честицама оптичком пинцетном. Након њега се налази делитељ снопа који дели зрак на два дела и омогућава снимање и посматрање феномена у исто време.

6

Закључак и даљи рад

У раду је приказан теоријски модел оптичке пинцете. Направљена је и симулација која предвиђа интензитет силе на дату честицу. Нека од својстава оваквог система која би могла да се испитују у даљем раду јесу максимална величина честице којом може да се манипулише, максимална маса, резолуција, магнификација и прецизност и како би се оптимизовао систем за различите потребе.

Литература

- [1] Arthur Ashkin, Optical Tweezers and Their Application to Biological Systems. Nobel Lecture, 2018. <https://www.nobelprize.org/uploads/2018/10/ashkin-lecture.pdf>
- [2] Arthur Ashkin, Forces of a single-beam gradient laser trap on a dielectric sphere in the ray optics regime. Biophysical Journal, 61(2):569–582, 1992. [https://doi.org/10.1016/S0006-3495\(92\)81860-X](https://doi.org/10.1016/S0006-3495(92)81860-X)
- [3] Optical tweezers — Wikipedia, the free encyclopedia, May 2025. https://en.wikipedia.org/wiki/Optical_tweezers