

Задатак 1

Део А

10 поена

Штап на столу

На глатком хоризонталном столу налази се танки штап масе m и дужине ℓ . У једном тренутку један крај штапа ударен је чекићем нормално на правац штапа. Током удара чекић се такође налазио у хоризонталној равни. Показати да ће након удара штап ротирати око осе која је нормална на раван стола и пролази кроз штап. Колика ће бити брзина краја штапа у који је ударио чекић непосредно након удара?

Део Б

10 поена

Сноп јона

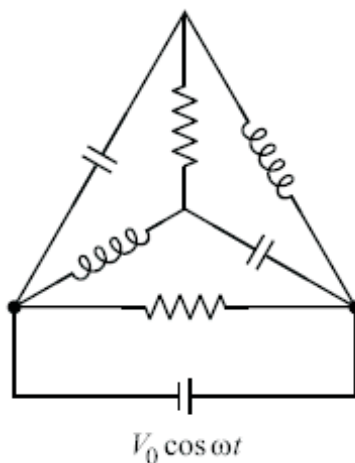
Сноп идентичних јона масе m и наелектрисања q , који има облик цилиндра полупречника R , креће се тако да се оса снопа поклапа са z -осом. Брзина сваког јона у снопу је $\vec{v} = v\vec{e}_z$. Ако јачина струје снопа износи I одредити интензитет силе која делује на јон који се налази на површини снопа.

Део В

10 поена

Коло наизменичне струје у облику тетраедра

Ивице тетраедра формирају RLC коло као што је приказано на слици. Парови насрамних ивица тетраедра су отпорници отпора R , завојнице индуктивности L и кондензатори капацитета C . Наизменични напон амплитуде U_0 је повезан у коло за крајеве једног од отпорника. Ако је $R = \sqrt{\frac{L}{C}}$ и $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ одредити амплитуду струје која протиче кроз извор.

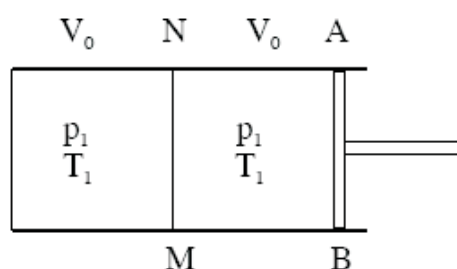


слика 1

Задатак 2

Сабијање и ширење система гасова

Цилиндар је подељен покретном преградом на два дела, као што је приказано на слици. У левом делу цилиндра, који је ограничен зидом и преградом, налази се 1mol водене паре. У десном делу ограниченем преградом и покретним клипом налази се један мол молекулског азота. У почетном тренутку запремине и притисци гасова су међусобно једнаки.



слика 2

Преграда добро проводи топлоту, док је њен топлотни капацитет занемарљиво мали. Специфична топлота испаравања воде на температури $T_0 = 373\text{ K}$ износи $q = 2250\text{ kJ/kg}$.

Део А

10 поена

Претпоставимо да клип и зидови цилиндра проводе топлоту, и да преграда може да се креће без трења. Почетна стања гасова у цилиндру су: $p_1^i = p_2^i = 0,5\text{ atm}$, $V_1^i = V_2^i = V_0$, $T_1 = T_2 = T_0 = 373\text{ K}$. Гасови се квазистатички и изотермски сабијају тако да је коначна запремина система $V^f = V_1^f + V_2^f = V_0/4$.

- Одредите зависност притиска сваког од гасова од укупне запремине система V , где је V текућа запремина система током процеса сабијања. Скицирајте добијене зависности и израчунајте координате значајних тачака на добијеним кривама. Универзална гасна константа је $R = 8,31\text{ J/molK}$, $1\text{ atm} = 101,3\text{ kPa}$.
- Колики рад изврши клип током процеса сабијања?
- Одредити количину топлоте коју систем преда околини током процеса. Колика је промена ентропије система?

Део Б

15 поена

Претпоставимо да се систем налази под истим почетним условима као и у делу А, али да између покретне преграде и зидова суда делује сила трења, таква да клип може да се креће само када је разлика притисака

гасова већа или једнака од 0,5 atm. Статички и кинетички коефицијент трења између преграде и зидова суда су међусобно једнаки. Укупна запремина система на крају процеса сабијања је иста као и у делу А.

- а) Одредите зависност притиска азота од укупне запремине система и скицирати добијену зависност, ако је процес сабијања изотермски.
- б) Израчунати укупан рад који изврши клип током сабијања гасова.
- в) Након што запремина система достигне вредност $V^f = V_1^f + V_2^f = V_0/4$ клип почне да се полако помера удесно, тако да се гасови изотермски и квазистатички шире све док укупна запремина система поново не буде једнака $2V_0$. Одредите зависност притиска азота од укупне запремине током процеса ширења и скицирајте добијену зависност на истом графику као и делу задатка под а).

Део В

15 поена

Претпоставите да зидови цилиндра и клип, за разлику од преграде, не проводе топлоту, као и да је почетно стање система исто као и делу А. Преграда је фиксирана. Претпоставите да се клип креће удесно (на тај начин се повећава запремина у десном делу цилиндра) све док водена пара у левом делу цилиндра не почне да се кондензује.

- а) Израчунајте коначну запремину гаса у десном делу цилиндра.
- б) Колики рад изврши гас током ширења. Пуасонови коефицијенти за водену пару и азот су $\gamma_1 = 8/6$ и $\gamma_2 = 7/5$, респективно. За температуре између 353 K и 393 K важи следећа апроксимативна формула:

$$p = p_0 \exp \left[-\frac{\mu q}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right],$$

где је T температура кључања воде на притиску p , док је μ моларна маса воде.

Задатак 3

Атом водоника у основном стању

Таласна функција којом се описује основно стање атома водоника, изражена у сферним координатама је: $\psi = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-\frac{r}{a_0}}$, где је a_0 Боров радијус.

Део А

10 поена

- Одредити густину вероватноће да се електрон нађе на растојању r од језгра.
- На ком растојању од језгра је густина вероватноће налажења електрона максимална?

Део Б

20 поена

„Обичне” функције пресликавају један у други скуп (на пример скуп реалних бројева у скуп реалних бројева). У квантној механици велики значај имају оператори који су такође функције, али које пресликавају скуп таласних функција у скуп таласних функција, тј. за неки оператор \hat{A} важи: $\hat{A} : \Psi = \{\psi\} \rightarrow \Psi = \{\psi\}$. Оператор x -координате делује на таласну функцију на следећи начин: $\hat{x}\psi = x\psi$. Аналогне релације важе и за операторе y и z -координате. Дејство оператора импулса \hat{p}_x је задато релацијом: $\hat{p}_x\psi = -i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial x}$. Аналогне релације важе и за операторе \hat{p}_y и \hat{p}_z . Очекивана вредност оператора \hat{A} , за систем описан таласном функцијом ψ је дата изразом: $\langle \hat{A} \rangle = \int dV \psi^* \hat{A} \psi$.

- Показати да важи: $[\hat{x}, \hat{p}_x]\psi = -i\hbar\psi$, где угласте заграде у претходном изразу представљају тзв. комутатор оператора тј. $[A, B] \equiv AB - BA$.
- Одредити средњу вредност растојања (очекивану вредност оператора растојања од језгра $\hat{r} = \sqrt{\hat{x}^2 + \hat{y}^2 + \hat{z}^2}$) електрона од језгра атома водоника који се налази у основном стању.
- Одредити средњу вредност кинетичке енергије електрона.